



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
Scuola di Ingegneria



Corso di
TECNICA DELLE COSTRUZIONI

**PROGETTO E VERIFICA DI UN
TELAIO IN C.A.**

Docente:

Prof. Ing. Angelo MASI

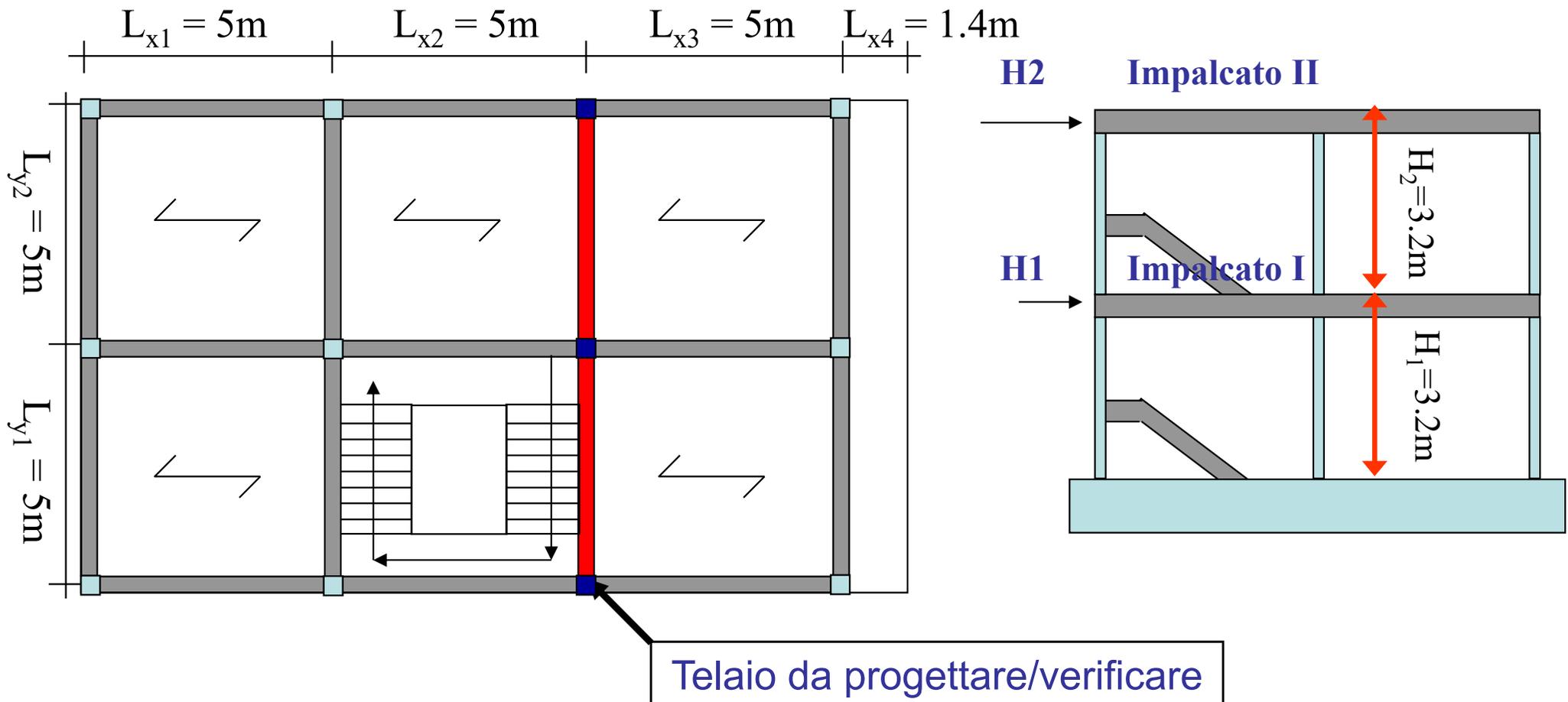
Collaboratori:

Ing. Vincenzo MANFREDI

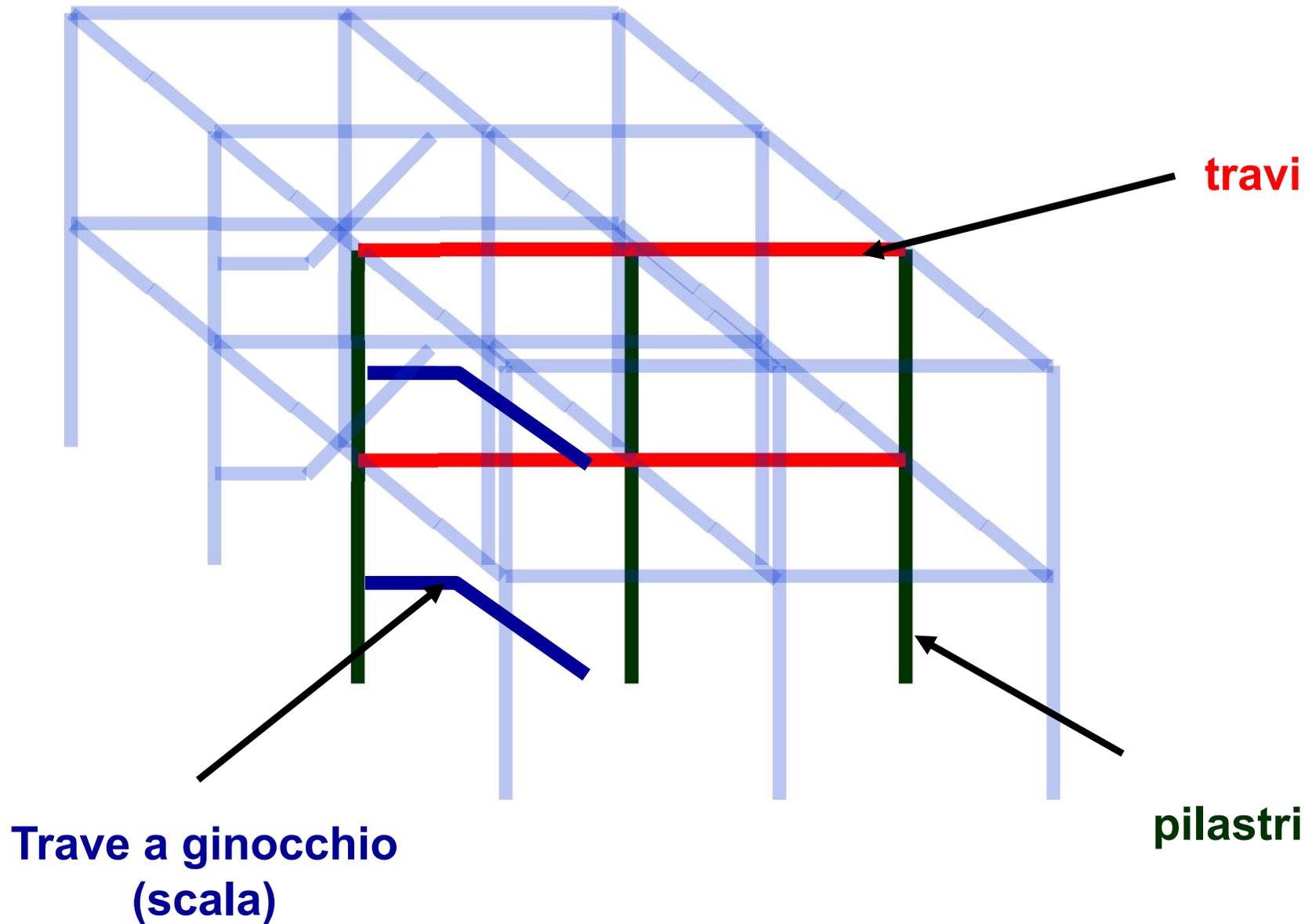
Ing. Giuseppe VENTURA

Progetto di un telaio in c.a.

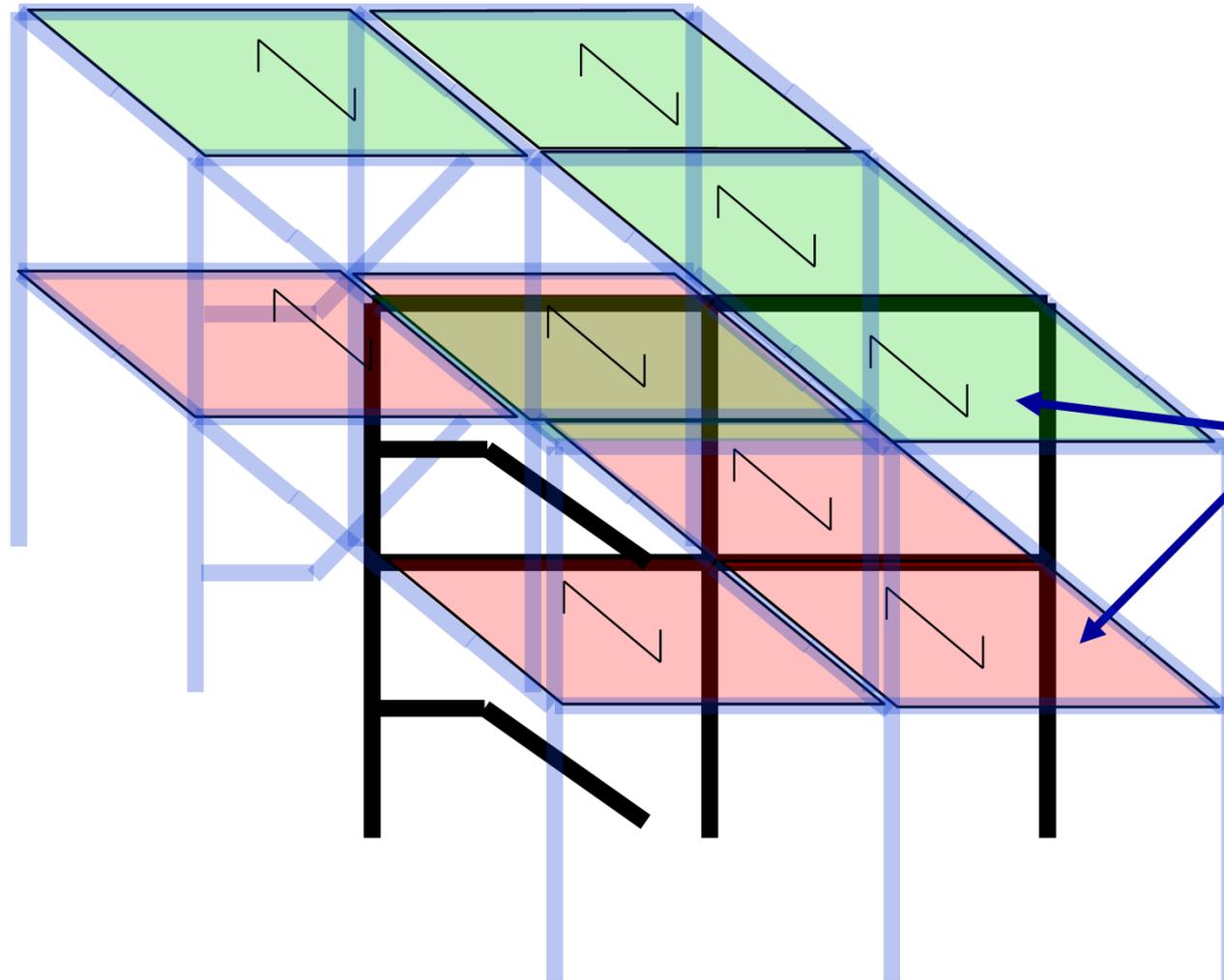
Progetto e verifica di un **telaio piano in c.a.** di due livelli sottoposto a carichi verticali ed azioni orizzontali. Il primo livello è destinato ad **abitazione**, il secondo livello è un **terrazzo praticabile**



Schema resistente del telaio



Schema dei carichi sul telaio

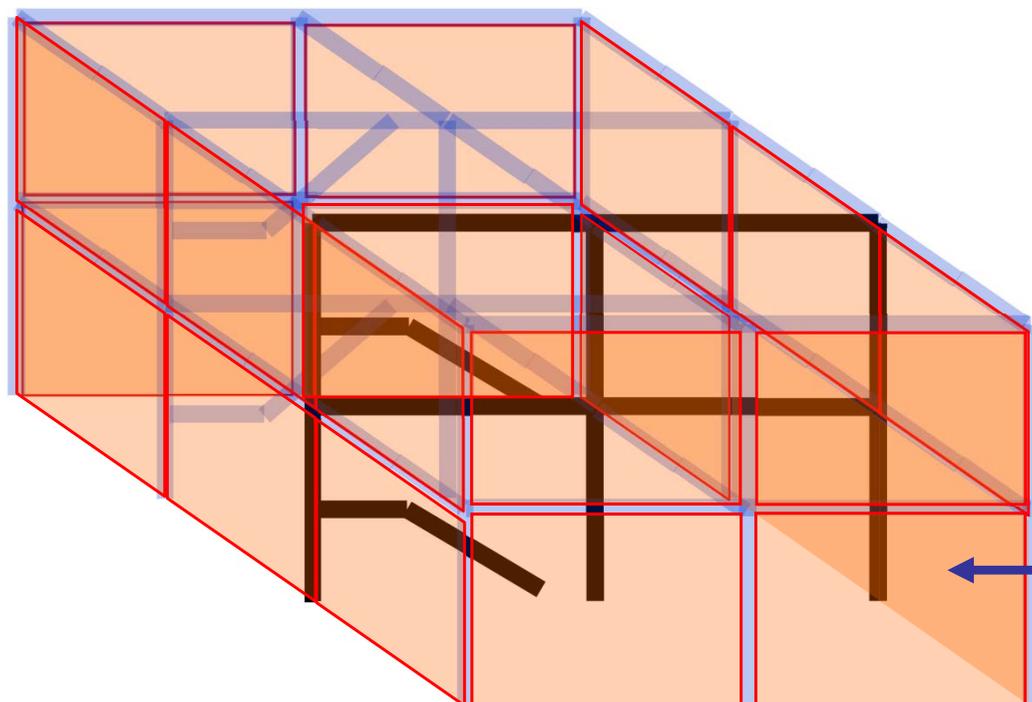


carichi sul telaio:

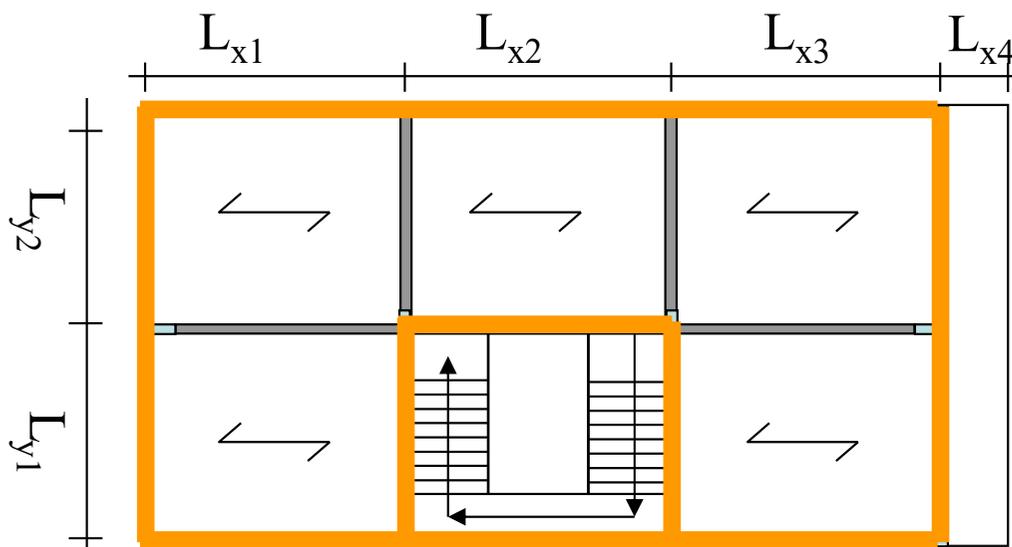
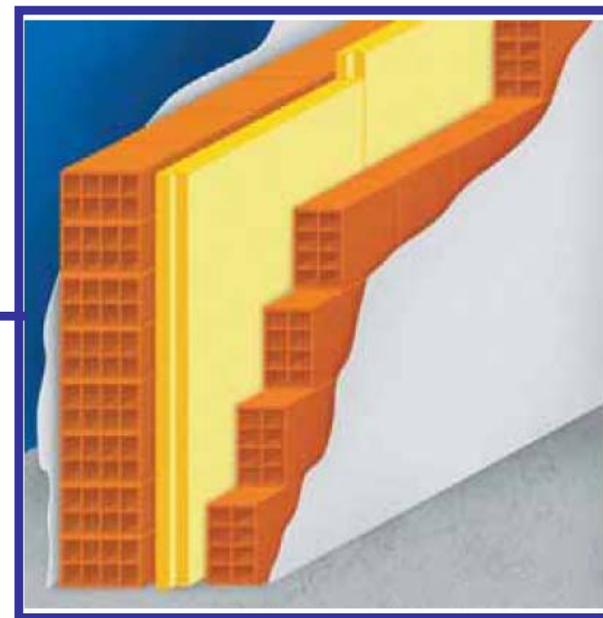
Solai di piano e **di copertura**



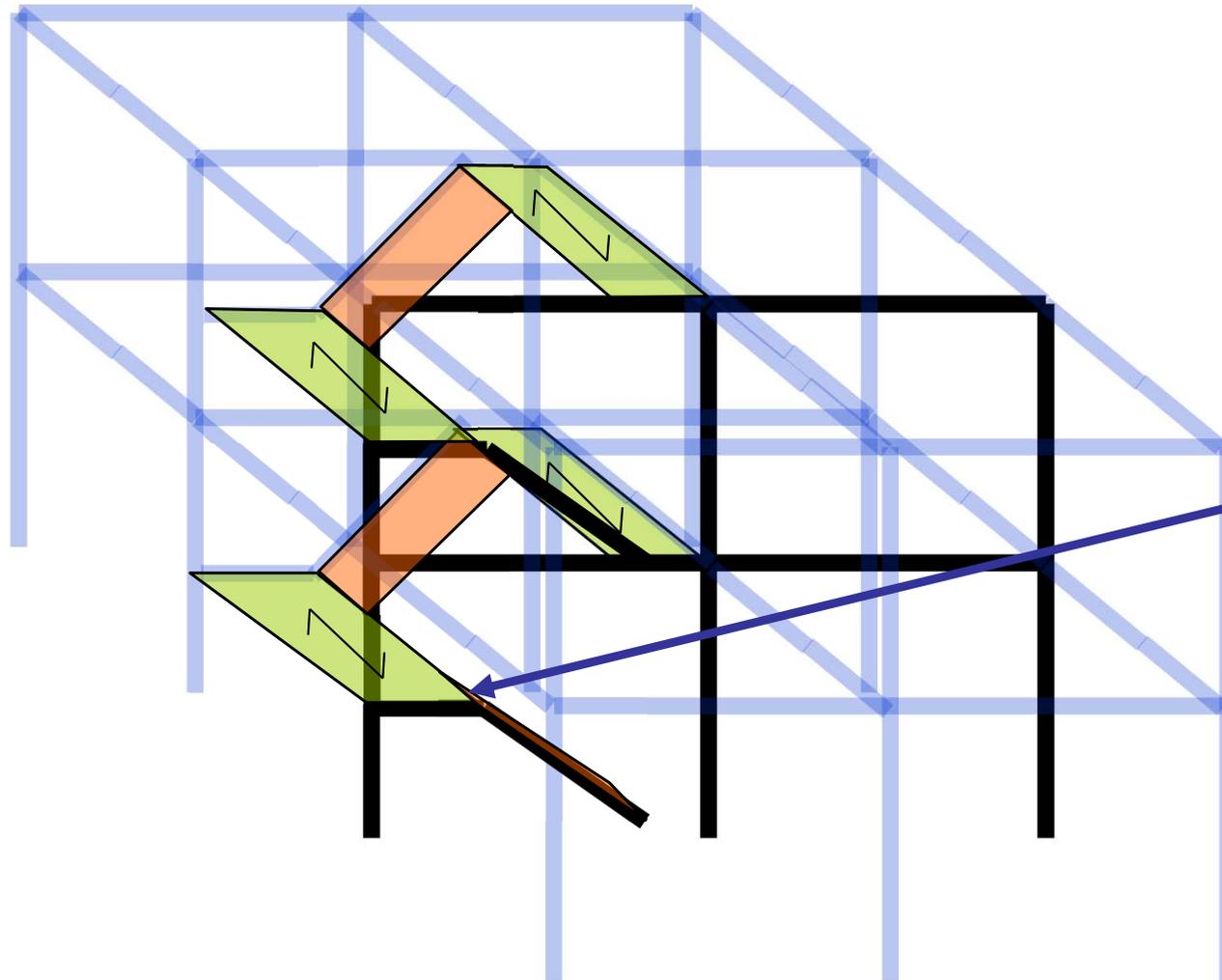
Schema dei carichi sul telaio



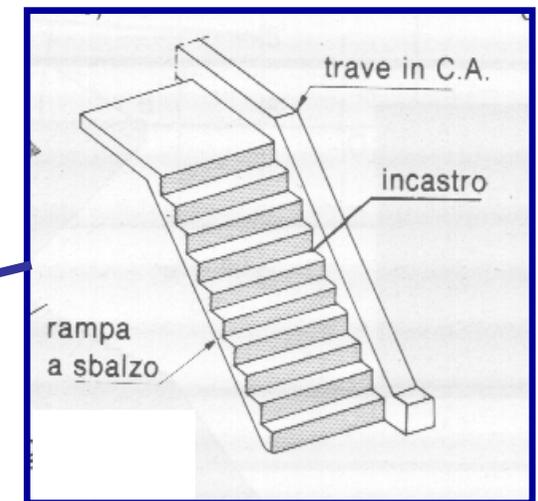
carichi sul telaio:
tamponature



Schema dei carichi sul telaio



carichi sul telaio:
Gradini e pianerottoli



Carichi permanenti Strutturali G_1

Peso proprio di tutte le parti strutturali (solai, scale, travi e pilastri)

Carichi permanenti non strutturali G_2

Peso proprio delle parti non strutturali (pavimento, massetto, tramezzature interne, tamponature esterne, etc.)

Carichi variabili Q

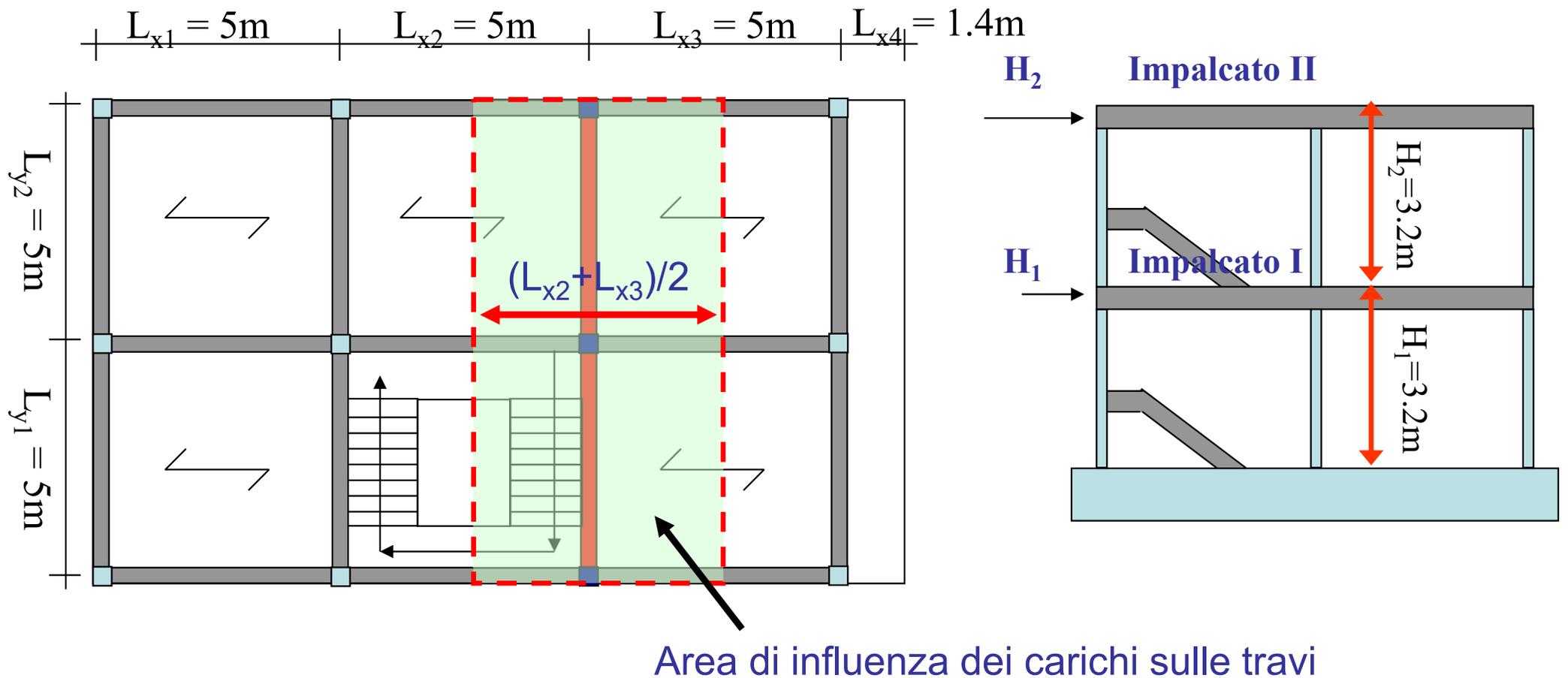
Definiti in funzione delle destinazioni d'uso della struttura

Carichi orizzontali H

Rappresentano le azioni dovute ad eventi sismici (valutate in funzione della quota del piano e del peso dell'impalcato).

ANALISI DEI CARICHI

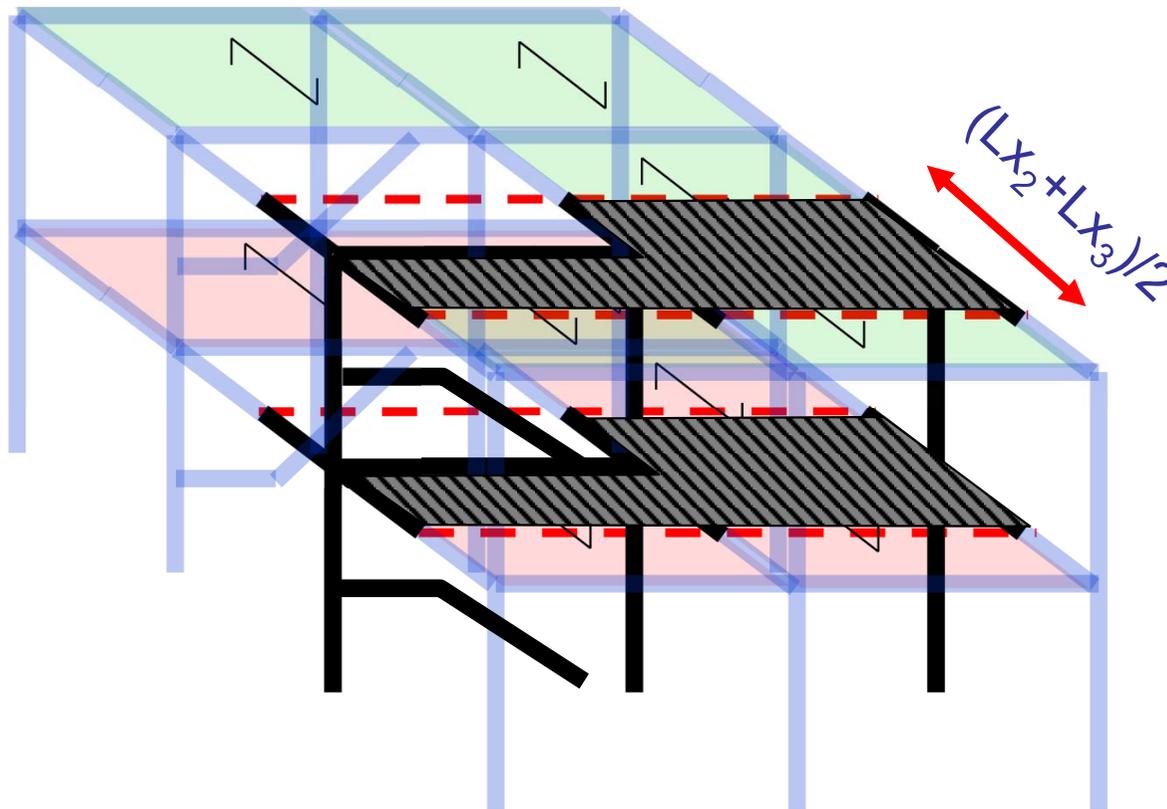
I carichi dei solai (G_1 , G_2 , Q) gravano sulle travi. Il valore del carico è funzione dell'area di influenza sottesa di ciascun elemento.



ANALISI DEI CARICHI

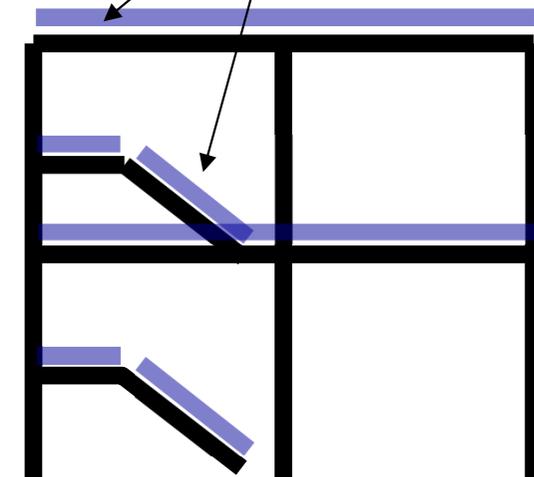
Carichi permanenti Strutturali G_1 e G_2 ; carichi variabili Q

Peso proprio strutturale, non strutturale, variabile dei solai, gradini e pianerottoli



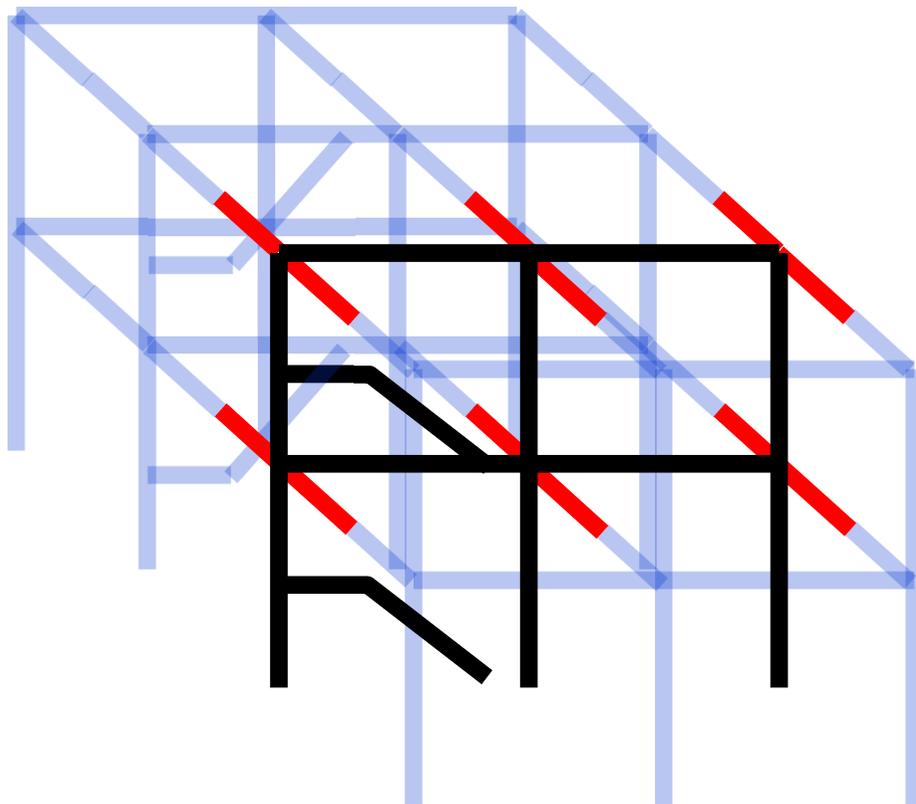
Peso proprio G_1 , G_2 , Q dei solai, pianerottoli e gradini.

Carichi distribuiti



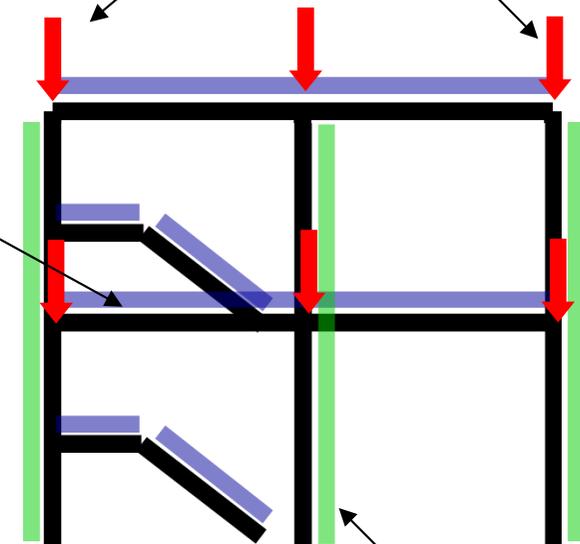
Carichi permanenti Strutturali G_1

Peso proprio di tutte le parti strutturali travi e pilastri



Peso delle travi:
Carichi
distribuiti

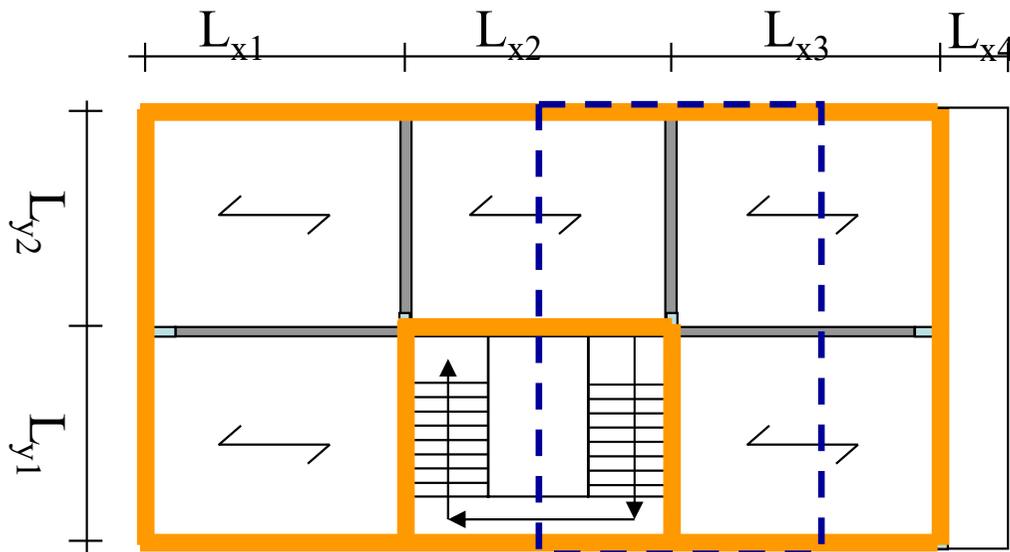
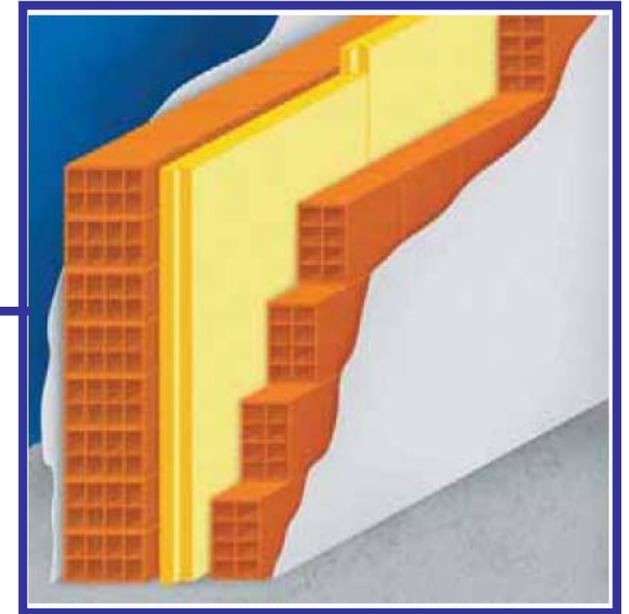
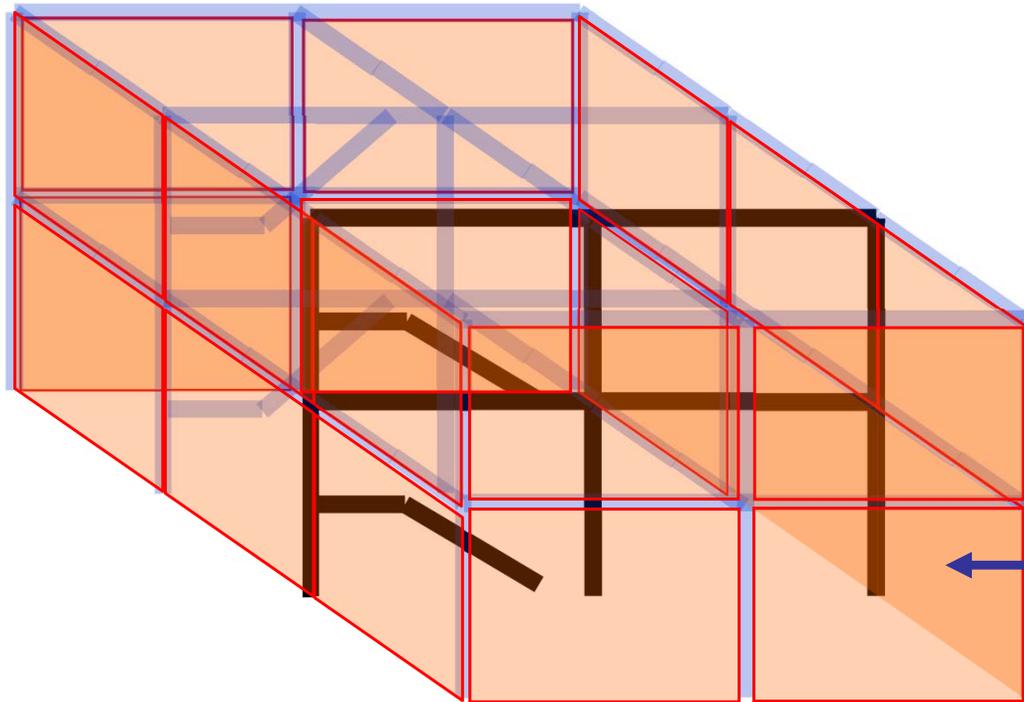
Peso proprio delle travi
ortogonali: Carichi concentrati



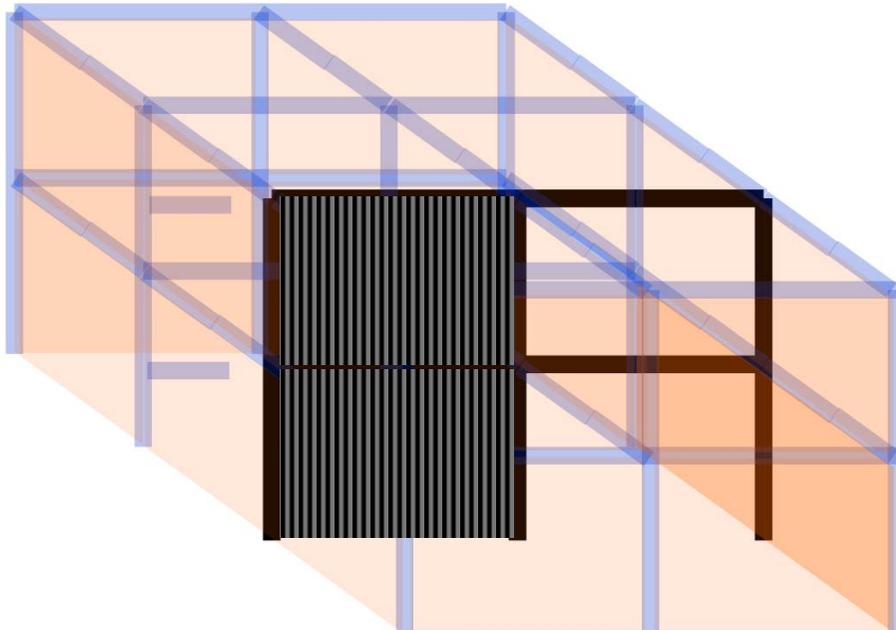
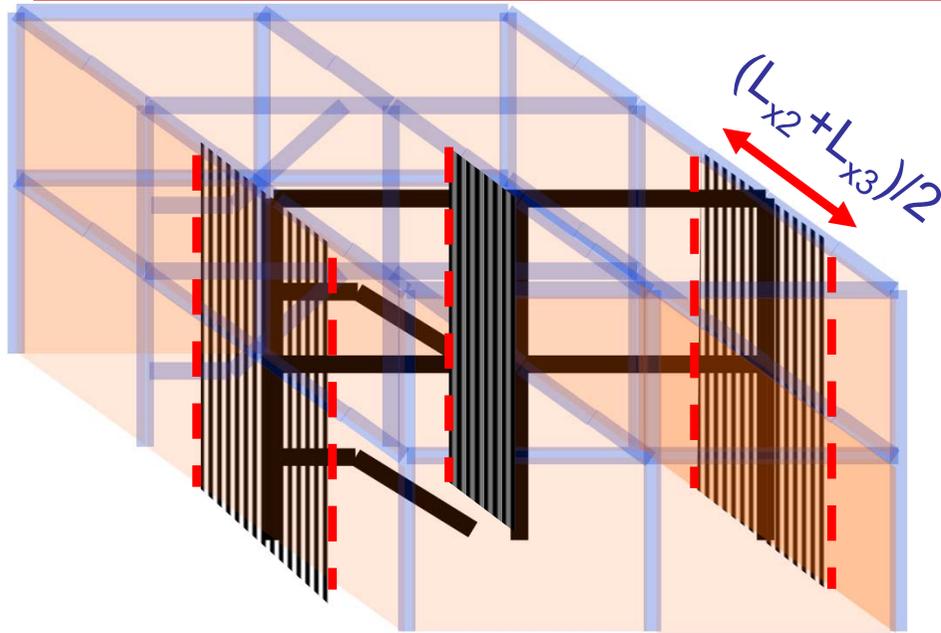
Peso proprio dei pilastri: carichi
distribuiti

ANALISI DEI CARICHI

carichi sul telaio:
tamponature



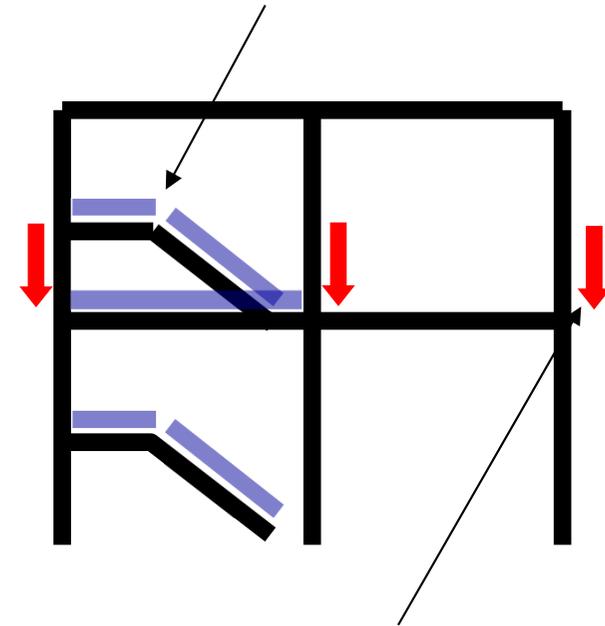
ANALISI DEI CARICHI



Carichi non strutturali G_2

Tamponature

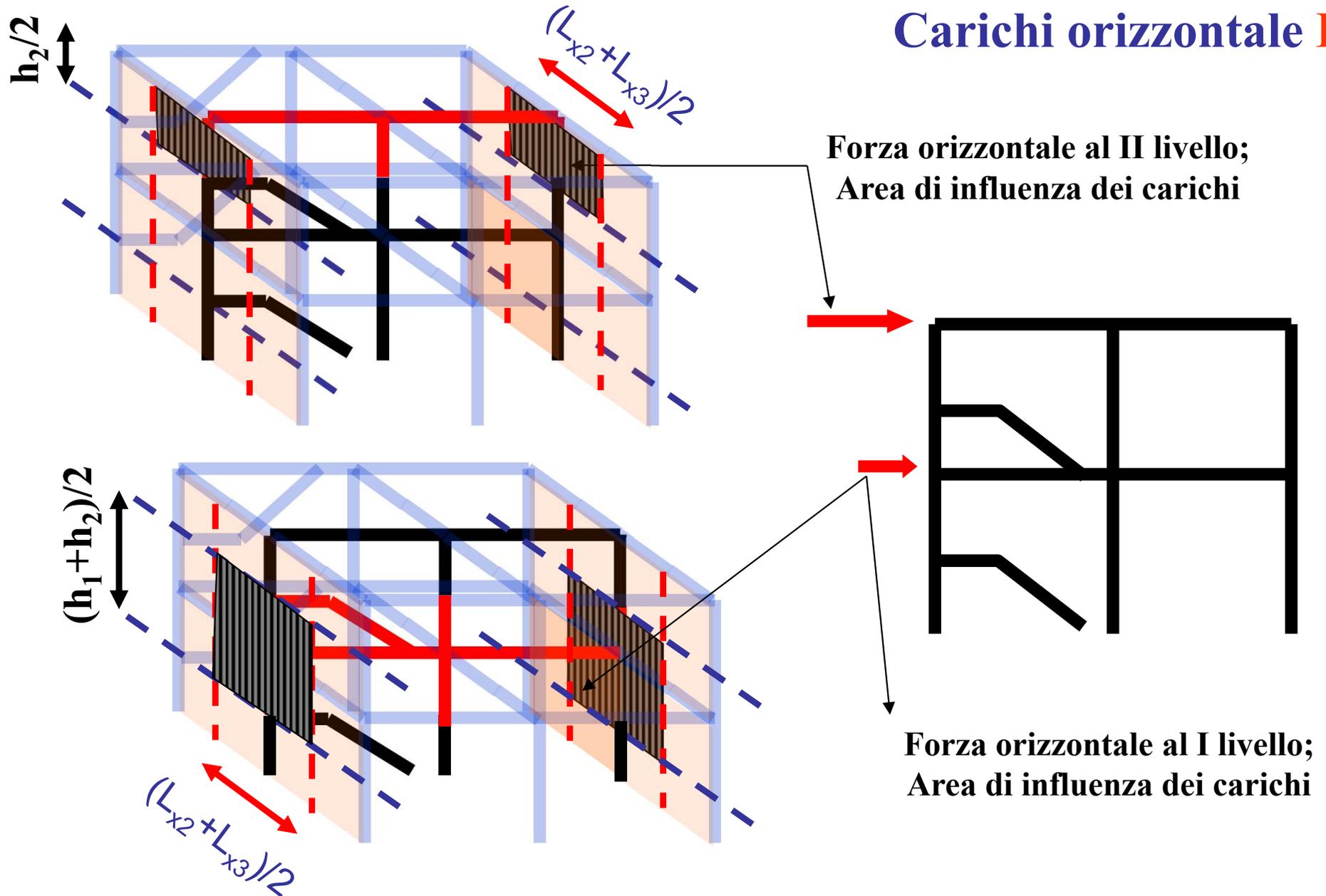
Peso proprio delle tamponature
sulle travi: carichi distribuiti



Peso proprio delle tamponature
sulle travi ortogonali: carichi
concentrati

ANALISI DEI CARICHI

Carichi orizzontale **H**

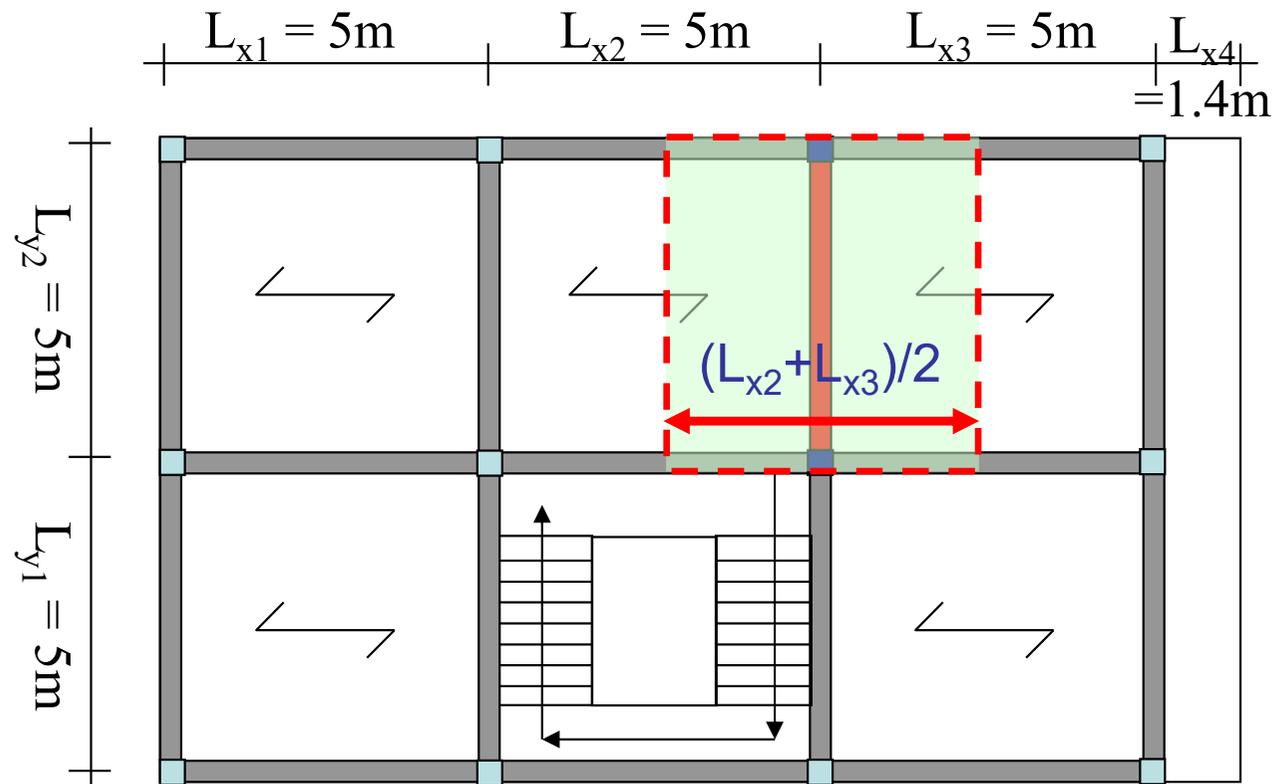


PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

TRAVE DI PIANO

Dall'analisi dei carichi possiamo definire le azioni agenti

- Peso Proprio solaio (strutturale e non)
- Carico variabile per solaio di calpestio
- Peso Proprio Trave (Ipotizzata 30×50)



PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Carichi unitari permanenti strutturali e non strutturali

Peso proprio strutturale del solaio $G_{1,1} = 2.82 \text{ kN/m}^2$ (nervature, soletta, pignatte):

$$g_{1,1} = \gamma_{G1} * G_{1,1} * L_s \quad g_{1,1} = 1.3 * 2.82 * 5 = 18.33 \text{ kN/m}$$

Trave emergente 30x50 ($G_{1,2} = 3.75 \text{ kN/m}$):

$$g_{1,2} = \gamma_{G1} * G_{1,2} \quad g_{1,2} = 1.3 * 3.75 = 4.9 \text{ kN/m}$$

Peso proprio non strutturale del solaio $G_2 = 3.80 \text{ kN/m}^2$ (massetto, pavimento, inc. tramezzi):

$$g_2 = \gamma_{G2} * G_2 * L_s \quad g_2 = 1.5 * 3.8 * 5 = 28.5 \text{ kN/m}$$

Carichi unitari accidentali

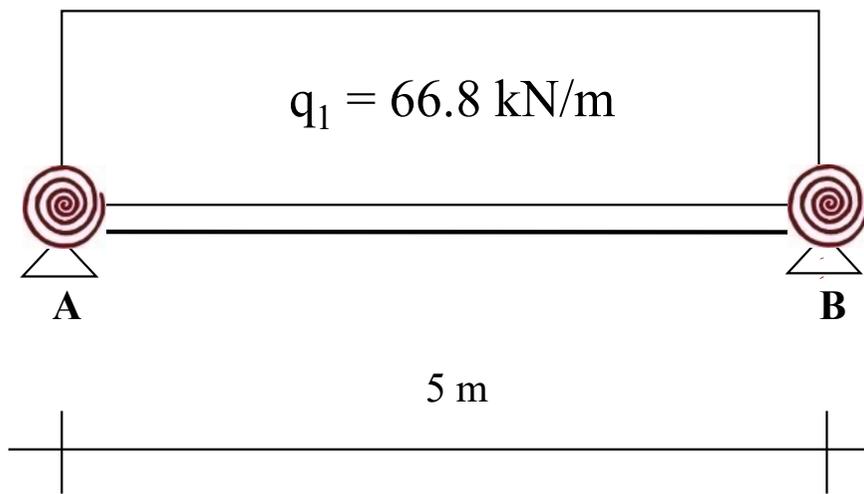
Carico accidentale per solaio di calpestio di civile abitazione ($Q_{k,1} = 2.0 \text{ kN/m}^2$):

$$q_{k,1} = \gamma_Q * Q_{k,1} * L_s \quad q_{k,1} = 1.5 * 2.0 * 5 = 15.0 \text{ kN/m}$$

PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Si considera uno schema statico di trave semi-incastrata ad entrambi gli estremi

Il carico uniforme totale vale $q_1 = g_{1,1} + g_{1,2} + g_2 + q_{k1} = 66.8 \text{ kNm}$



Il massimo momento in campata è assunto pari a:

$$M_{Sd} = M_{AB} = \left(\frac{q_1 \cdot l^2}{10} \right)$$

$$M_{Sd} = \left(\frac{66.8 * 5^2}{10} \right) = 167 \text{ kNm}$$

PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Travi rettangolari progettate a flessione con semplice armatura

Equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della trave:

$$B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A_s f_{yd} = N \quad N = 0$$

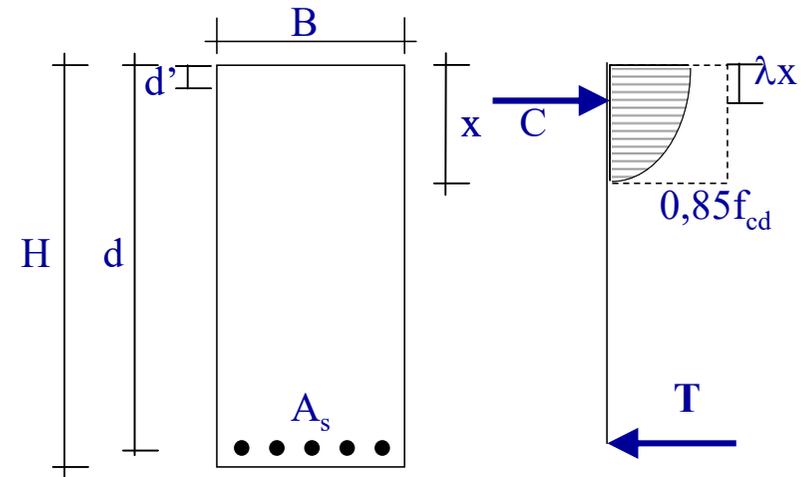
Equazione di equilibrio alla rotazione (intorno al baricentro geometrico della sezione)

$$B \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \psi \left(\frac{H}{2} - \lambda x \right) + A_s f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c \right) = M_{rd}$$

Equazione di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

4 incognite: B, H, x, A_s



PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Travi rettangolari progettate a flessione

Fissiamo alcune delle incognite in modo da avere abbastanza elementi per risolvere il problema

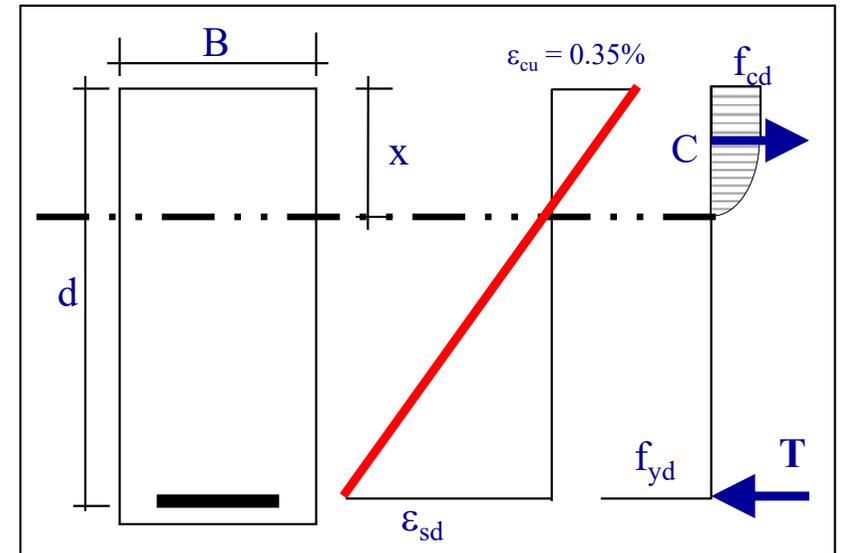
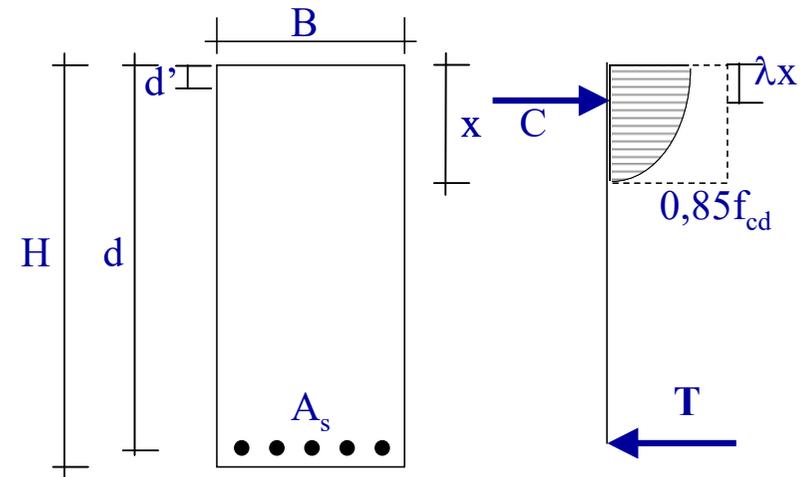
1) Fissiamo la posizione dell'asse neutro

$$\xi = x / d = 0.259$$

2) Ipotizziamo che la rottura avvenga in regione 2

$$\psi = 0.810$$

$$\lambda = 0.416$$



PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Travi rettangolari progettate a flessione

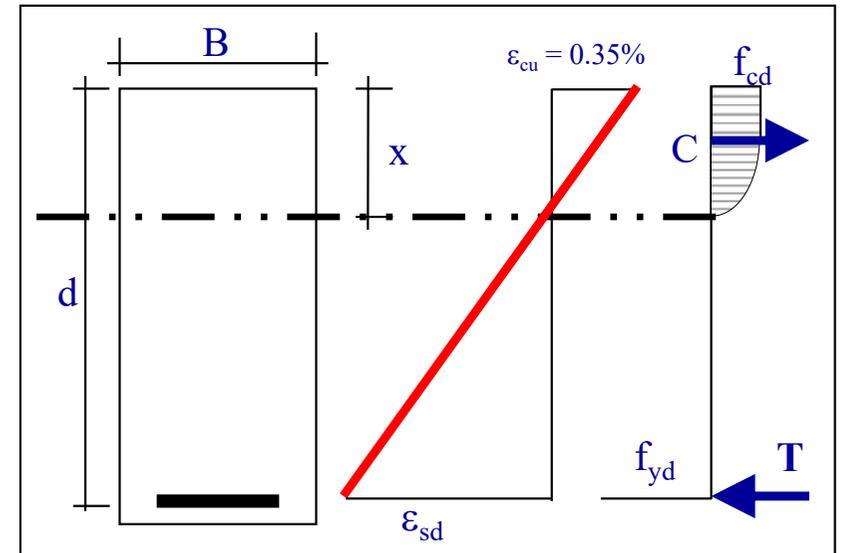
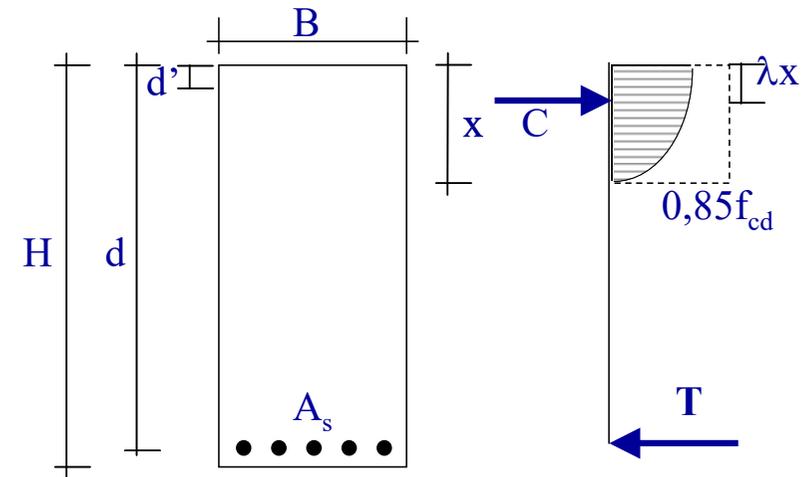
Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse passante per il baricentro delle armature tese (A_s) si ha:

$$M_{Sd} = B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \xi) = B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot c$$

dove $c = \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \xi)$

L'altezza utile d è pari a:

$$d = \sqrt{\frac{1}{c}} \cdot \sqrt{\frac{M_{Sd}}{B \cdot f_{cd}}} = r_{slu} \cdot \sqrt{\frac{M_{Rd}}{B \cdot f_{cd}}}$$

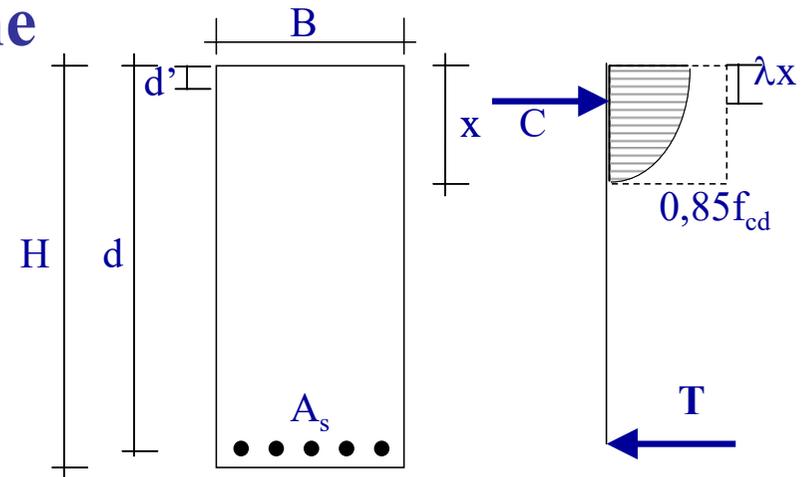


PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

Travi rettangolari progettate a flessione

Fissiamo il valore della base
(da considerazioni di carattere
architettonico)

$$B = 300\text{mm}$$



$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\psi \xi (1 - \lambda \xi)}} \longrightarrow r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{0.810 \cdot 0.259 \cdot (1 - 0.416 \cdot 0.259)}} = 2.31$$

$$d = r_{slu} \sqrt{\frac{M_{est}}{b \cdot f_{cd}}} \longrightarrow d = 2.31 \cdot \sqrt{\frac{167000000}{300 \cdot 11.7}} = 504 \text{ mm}$$

$$H = d + c = 504 + 30 \approx 550 \text{ mm}$$

Il copriferro - interferro

Estratto dalle NTC18 (D.M. 17/01/2018)

4.1.6.1.3 *Copriferro e interferro*

L'armatura resistente deve essere protetta da un adeguato ricoprimento di calcestruzzo. Gli elementi strutturali devono essere verificati allo stato limite di fessurazione secondo il § 4.1.2.2.4.

Al fine della protezione delle armature dalla corrosione, lo strato di ricoprimento di calcestruzzo (copriferro) deve essere dimensionato in funzione dell'aggressività dell'ambiente e della sensibilità delle armature alla corrosione, tenendo anche conto delle tolleranze di posa delle armature.

Per consentire un omogeneo getto del calcestruzzo, il copriferro e l'interferro delle armature devono essere rapportati alla dimensione massima degli inerti impiegati.

Il copriferro e l'interferro delle armature devono essere dimensionati anche con riferimento al necessario sviluppo delle tensioni di aderenza con il calcestruzzo.

Il copriferro

In funzione delle condizioni ambientali e della classe di resistenza del cls deve essere utilizzato un valore del copriferro secondo quanto riportato nella tabella (*circolare NTC2018 C4.1.6.1.3*):

Tabella C4.1.IV Copriferri minimi in mm

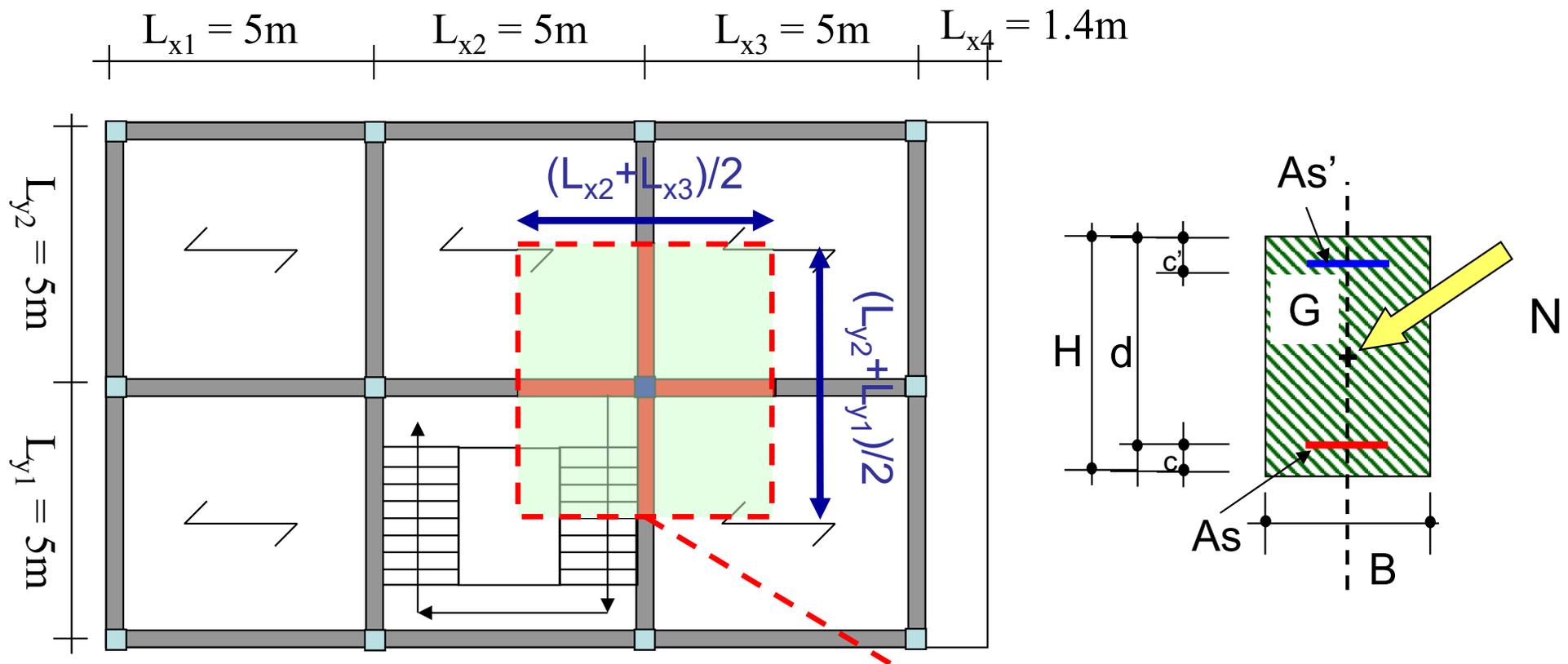
			barre da c.a. elementi a piastra		barre da c.a. altri elementi		cavi da c.a.p. elementi a piastra		cavi da c.a.p. altri elementi	
C_{min}	C_o	ambiente	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$
C25/30	C35/45	ordinario	15	20	20	25	25	30	30	35
C28/35	C40/50	aggressivo	25	30	30	35	35	40	40	45
C35/45	C45/55	molto ag.	35	40	40	45	45	50	50	50

Per classi di cls $C < C_{min}$ il valore del copriferro deve essere aumentato di 5mm

PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI PILASTRO

Pilastri rettangolari soggetti a (solo) sforzo normale

Le dimensioni (*di tentativo*) della sezione di cls possono essere valutate con riferimento al solo sforzo normale N dell'area di carico afferente all'elemento.



As (area di influenza depurata dalle travi)=22 mq

Analisi dei carichi gravanti sul pilastro

Peso proprio strutturale del solaio (nervature, soletta, pignatte):

$$G_{1,1} = 2.82 \text{ kN/m}^2 \quad g_{1,1} = \gamma_{G1} * G_{1,1} * A_s = 80.65 \text{ kN}$$

Peso proprio non strutturale del solaio (massetto, pavimento, inc. tramezzi):

$$G_2 = 3.80 \text{ kN/m}^2 \quad g_2 = \gamma_{G2} * G_2 * A_s = 125.40 \text{ kN}$$

Trave emergente 30x55 (n. 4 elementi):

$$G_{1,2} = 4.13 \text{ kN/m} \quad g_{1,2} = \gamma_{G1} * G_{1,2} * (L_{x2} + L_{x3} + L_{y1} + L_{y2})/2 = 53.69 \text{ kN}$$

Pilastro 30x40:

$$G_{1,3} = 3.0 \text{ kN/m} \quad g_{1,3} = \gamma_{G1} * G_{1,3} * H_1 = 10.33 \text{ kN} \quad (H_1 = 2.65\text{m})$$

Carico accidentale per solaio di calpestio di civile abitazione:

$$Q_{k1} = 2.0 \text{ kN/m}^2 \quad q_{k1} = \gamma_Q * Q_{k.1} * A_s = 66.00 \text{ kN}$$

PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI PILASTRO

Pilastri rettangolari soggetti a (solo) sforzo normale

Le dimensioni (*di tentativo*) della sezione di cls possono essere valutate con riferimento al solo sforzo normale N dell'area di carico afferente all'elemento (*area di influenza*). Per portare in conto il momento flettente si può assumere la resistenza del cls pari al 40-50% di quella di calcolo.

$$N = N_{\text{livelli}} * (g_{1,1} + g_{1,2} + g_{1,3} + g_2 + q_{k1}) = 2 * 336.07 = 672.14 \text{ kN}$$

$$A_{c,s.n.} = \frac{N}{0.4 \cdot f_{cd}} = \frac{672140}{0.4 \cdot 11.6} = 144858 \text{ mm}^2$$

Fissando una dimensione della sezione (da considerazioni di carattere architettonico) si ha:

$$H = \frac{A_{c,s.n.}}{B} = \frac{1444858}{300} = 482 \text{ mm} \Rightarrow 500 \text{ mm}$$

Combinazioni di calcolo delle azioni

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} Q_{ki}$$

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni rare: $F_d = G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{0i} Q_{ki}$

Combinazioni frequenti: $F_d = G_1 + G_2 + P + \Psi_{1i} Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$

Combinazioni quasi permanenti: $F_d = G_1 + G_2 + P + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$

- G1** valore nominale delle azioni permanenti strutturali
G2 valore nominale delle azioni permanenti non strutturali
Qk1 valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione
Qki valore caratteristico delle altre azioni variabili
Ψ0i, Ψ1i, Ψ2i coefficienti di combinazione

Combinazioni di calcolo delle azioni

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} Q_{ki}$$

COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni rare:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{0i} Q_{ki}$$

Carico accidentale *principale*

Carico accidentale *secondario*

Combinazioni frequenti:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + \sum_{(i>1)} \Psi_{1i} Q_{ki}$$

Combinazioni quasi permanenti:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$$

- G1** valore nominale delle azioni permanenti strutturali
- G2** valore nominale delle azioni permanenti non strutturali
- Qk1** valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione
- Qki** valore caratteristico delle altre azioni variabili
- Ψ0i, Ψ1i, Ψ2i** coefficienti di combinazione

Coefficienti parziali per le azioni (γ_F)

Coefficienti parziali per le azioni γ_F nelle verifiche SLU (§ 2.6.1, NTC2018)

		γ_F (STR)	
Carichi permanenti	Favorevoli	γ_{G1}	1.0
	Sfavorevoli		1.3
Carichi permanenti non strutturali	Favorevoli	γ_{G2}	0.8
	Sfavorevoli		1.5
Carichi variabili	Favorevoli	γ_{Qi}	0.0
	Sfavorevoli		1.5

Coefficienti di combinazione

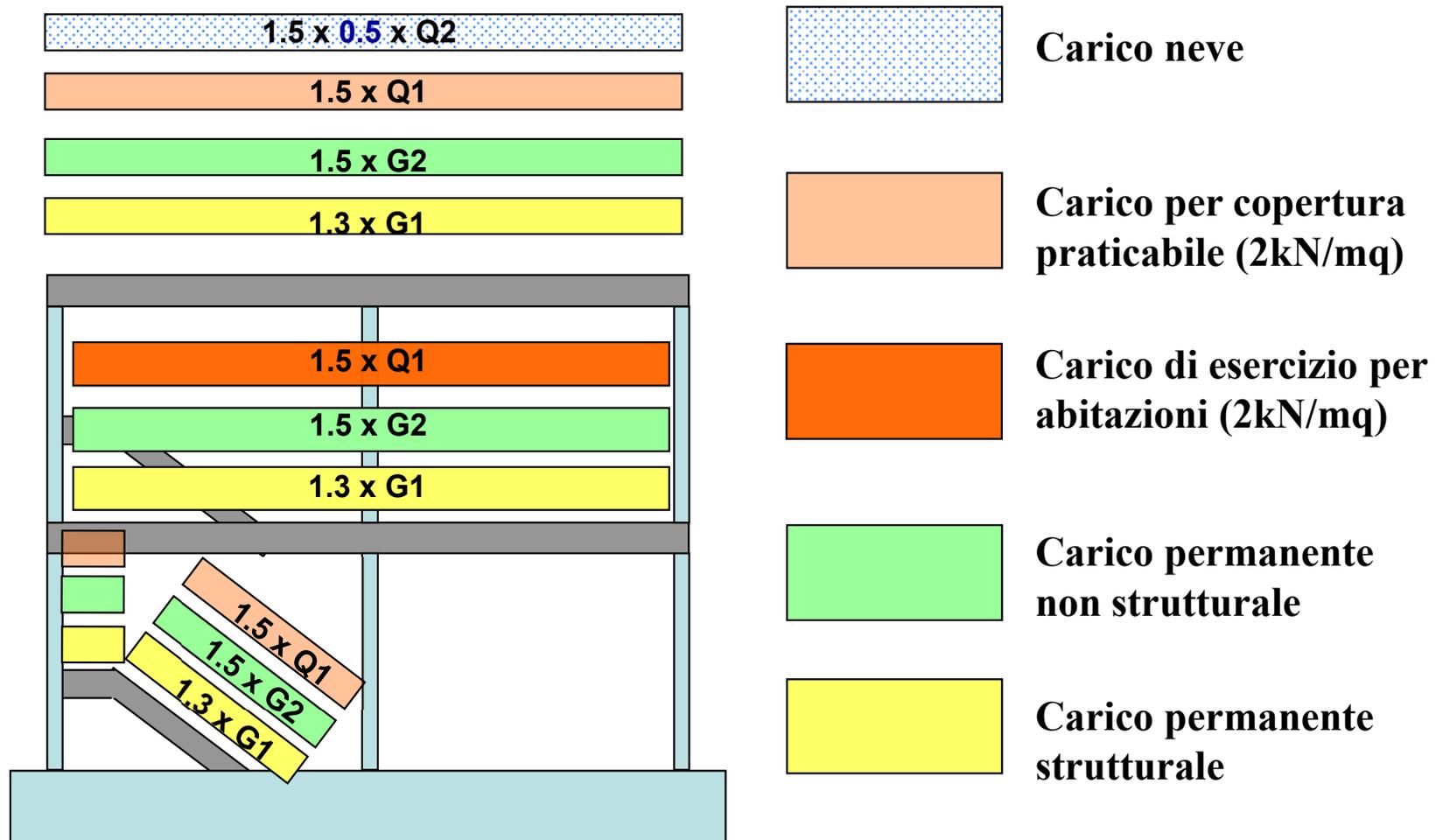
I Coefficienti di combinazione (Ψ_{0j} ; Ψ_{1j} ; Ψ_{2j}) sono funzione della destinazione d'uso degli ambienti:

Categoria/Azione variabile	Ψ_{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E – Aree per immagazzinamento, uso commerciale e uso industriale Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse , parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G – Rimesse, parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H - Coperture accessibili per sola manutenzione	0,0	0,0	0,0
Categoria I – Coperture praticabili	da valutarsi caso per caso		
Categoria K – Coperture per usi speciali (impianti, eliporti, ...)			
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

Le combinazioni di carico

1) STATO LIMITE ULTIMO

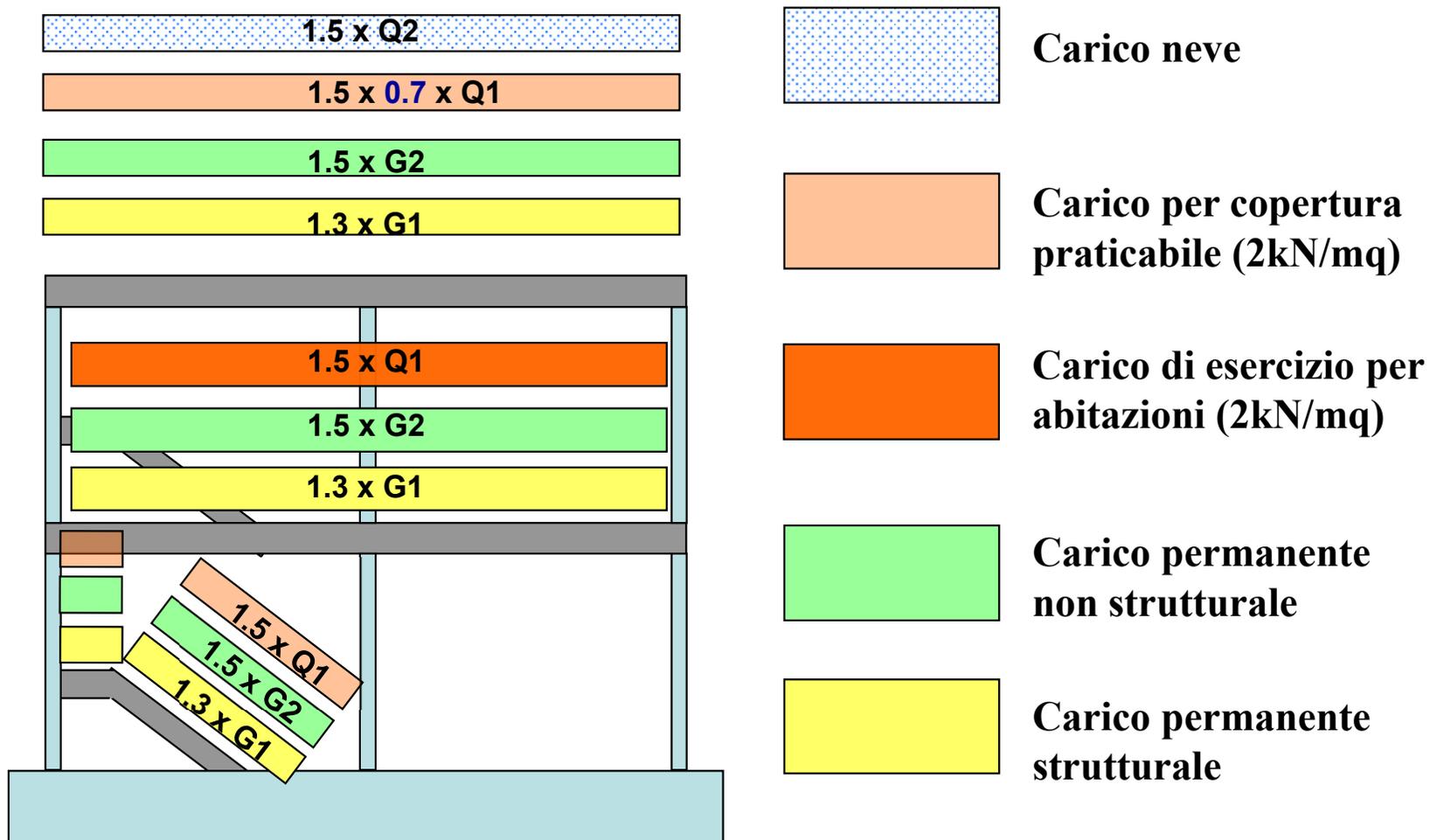
$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \gamma_q \Psi_{0i} Q_{k2}$$



Le combinazioni di carico

2) STATO LIMITE ULTIMO

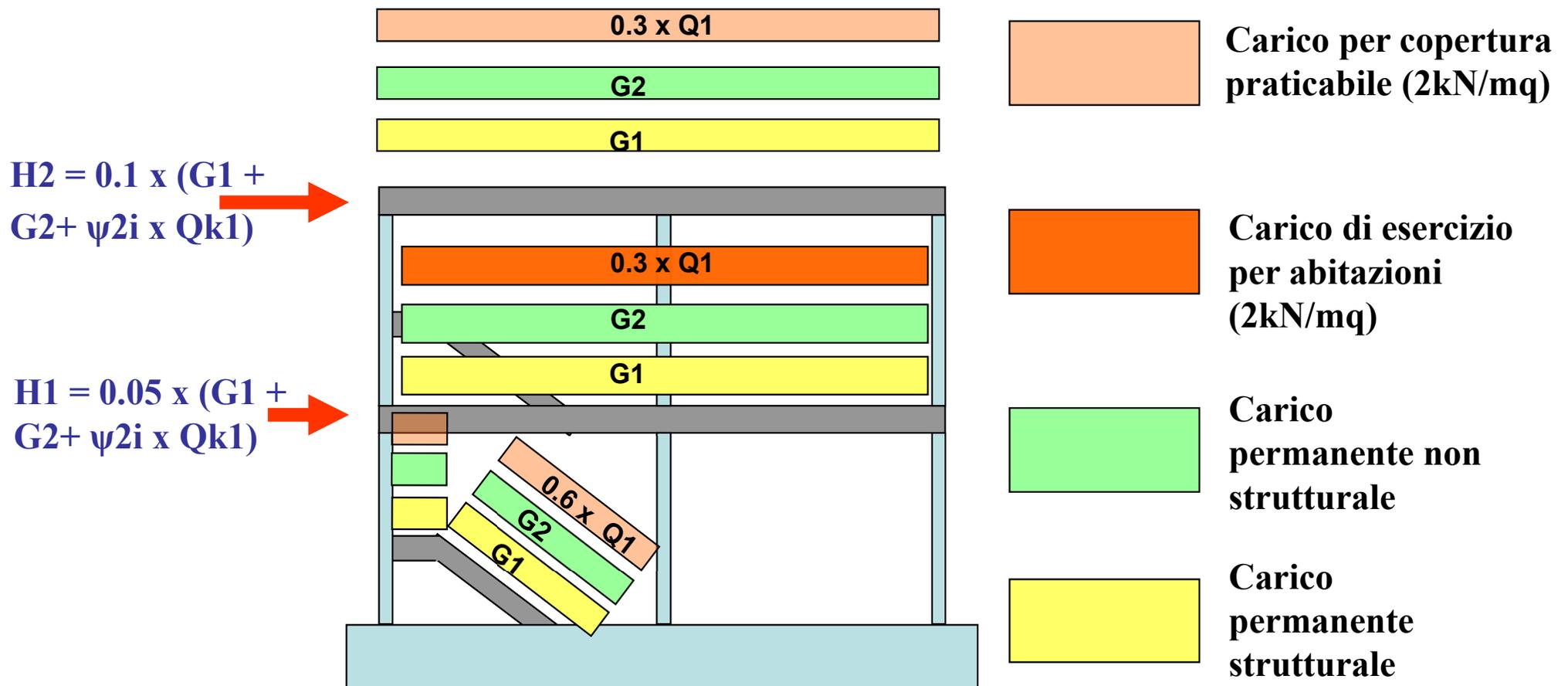
$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k2} + \gamma_q \Psi_{0i} Q_{k1}$$



Le combinazioni di carico

3) STATO LIMITE ULTIMO

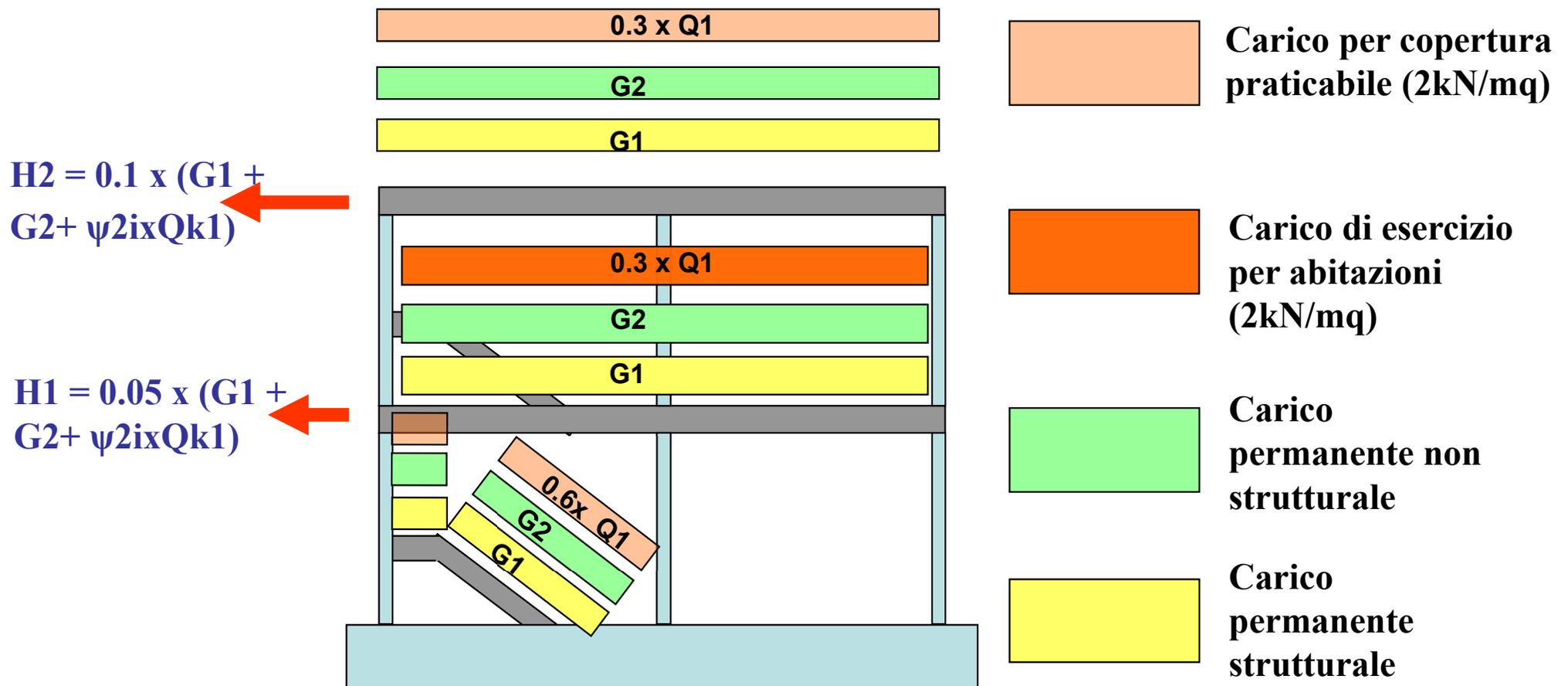
$$F_d = H_1 + H_2 + G_1 + G_2 + \psi_{2i} Q_{k1}$$



Le combinazioni di carico

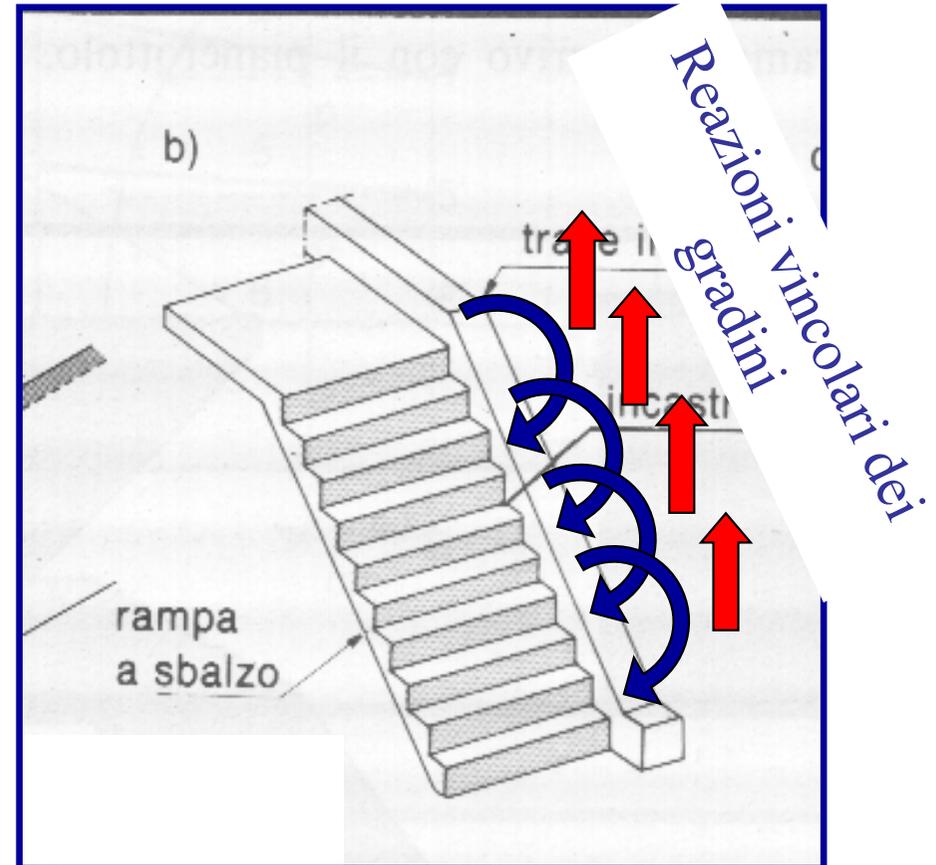
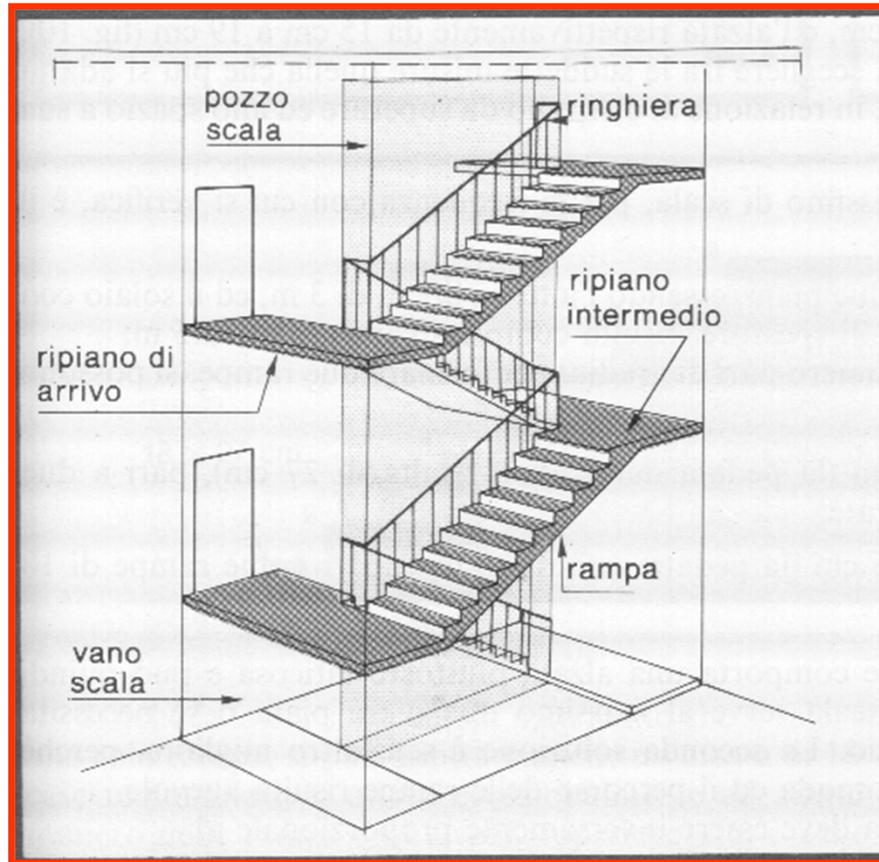
4) STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = H_1 + H_2 + G_1 + G_2 + \psi_{2i} Q_{k1}$$



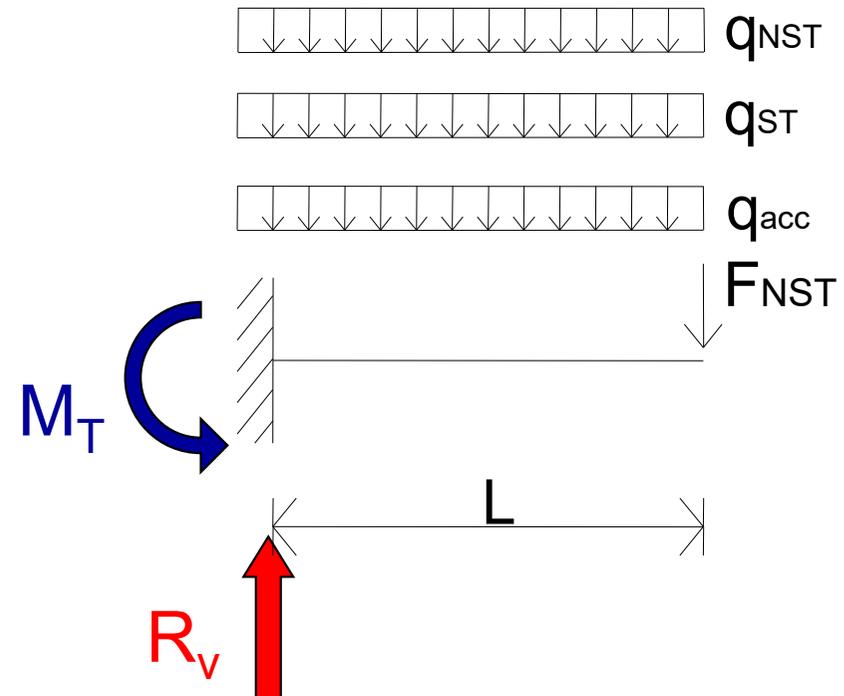
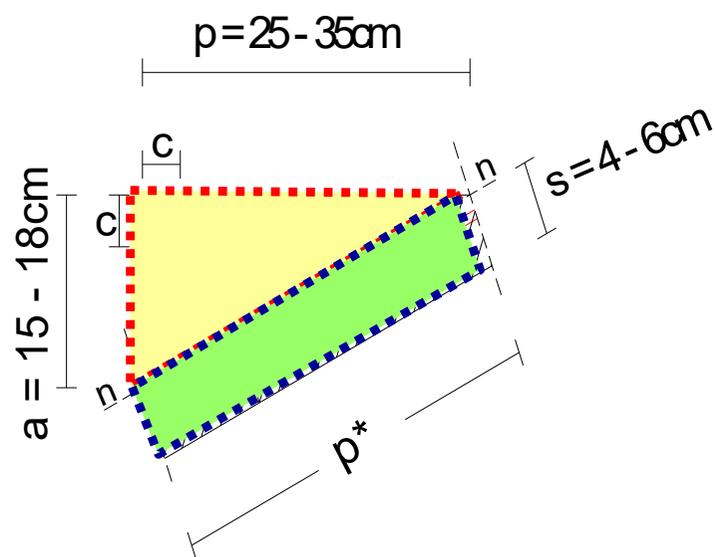
Carichi trasferiti alla TRAVE a GINOCCHIO

Schema costruttivo della scala con trave a ginocchio

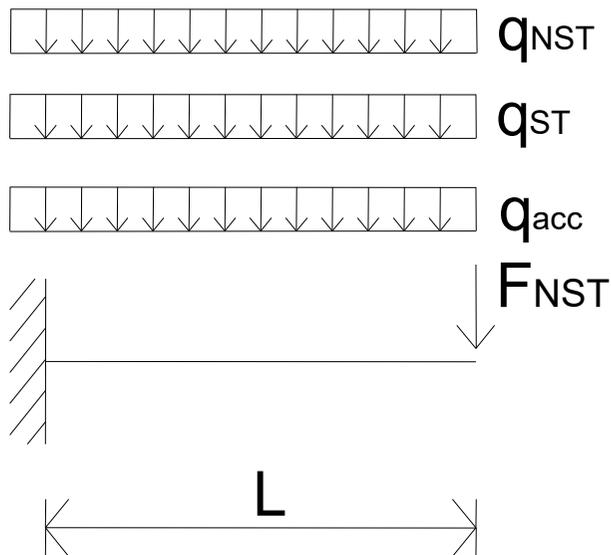


Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)

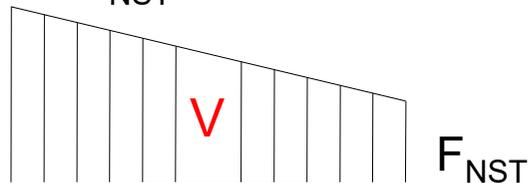
Considerando il vincolo d'incastro ogni gradino, o gruppo di gradini, può essere considerato come una mensola indipendente soggetta ad un carico uniformemente distribuito (peso proprio, carichi permanenti e accidentali) e ad un eventuale carico puntuale applicato alla sua estremità libera (parapetto)



Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)



$$R_v = q_{tot} * L + F_{NST}$$



$$M_T = (q_{tot} * 0.5 * L^2 + F_{NST} * L) * \cos \alpha$$



I carichi distribuiti (q) fanno riferimento alla fascia di un metro di gradini;

Il carico accidentale (q_{acc}) è quello previsto dalla tab. 3.1.II (NTC18) per luoghi suscettibili di affollamento;

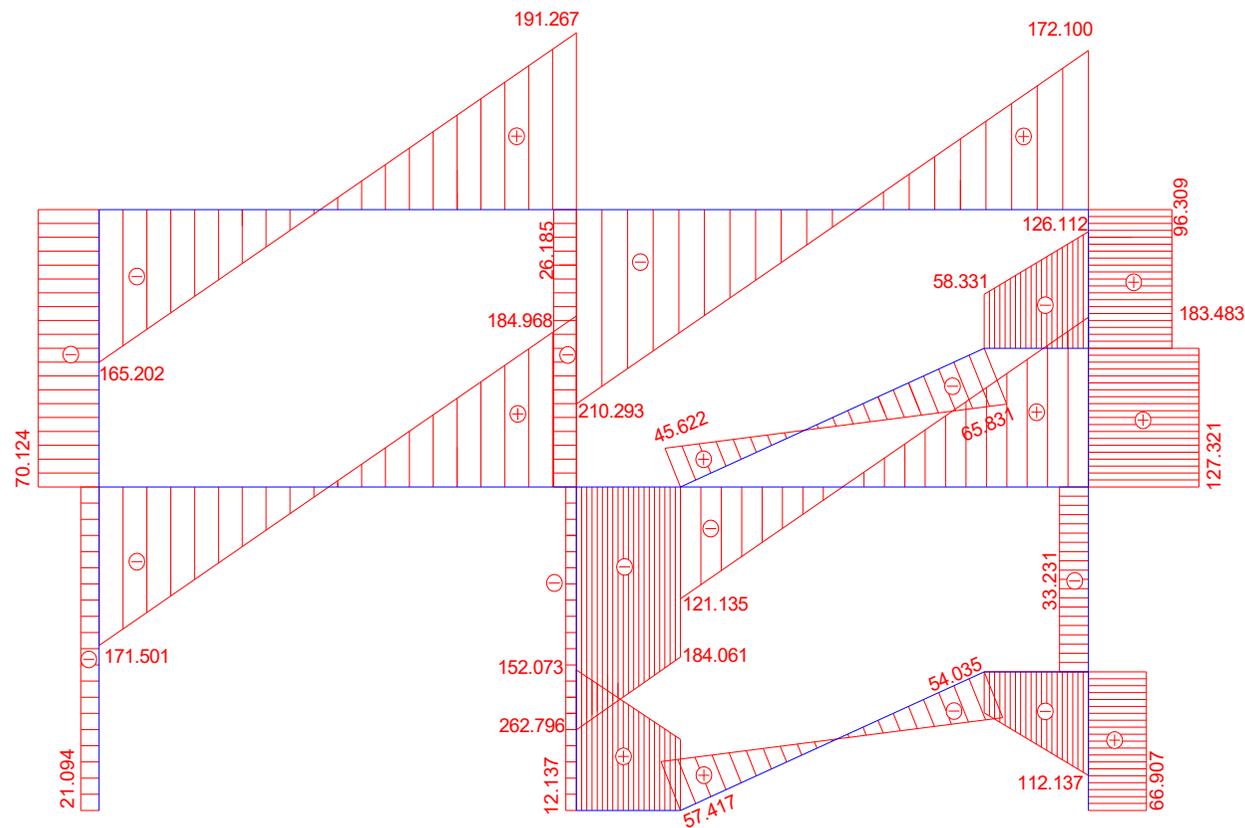
In assenza di una valutazione di dettaglio, assumiamo il peso del parapetto (F_{NST}) pari a 300N;

Il momento torcente (M_T) da applicare lungo la trave a ginocchio è pari al Momento flettente all'incastro moltiplicato per il coseno dell'angolo di inclinazione della trave (α)

Progetto di un telaio piano in c.a.

Analisi delle sollecitazioni

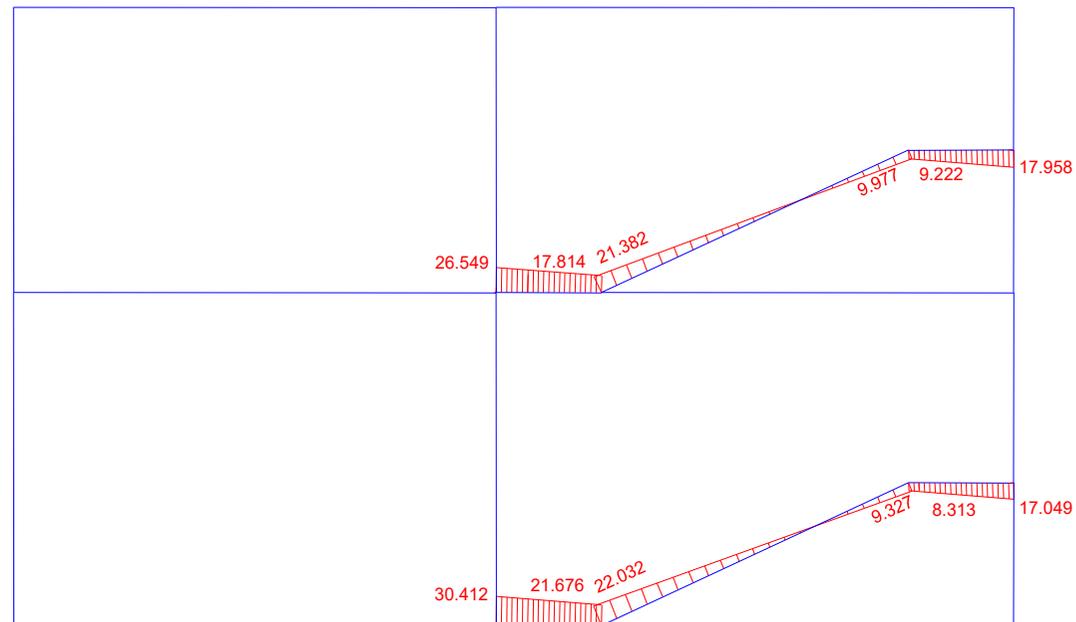
DIAGRAMMA DEL TAGLIO



Progetto di un telaio piano in c.a.

Analisi delle sollecitazioni

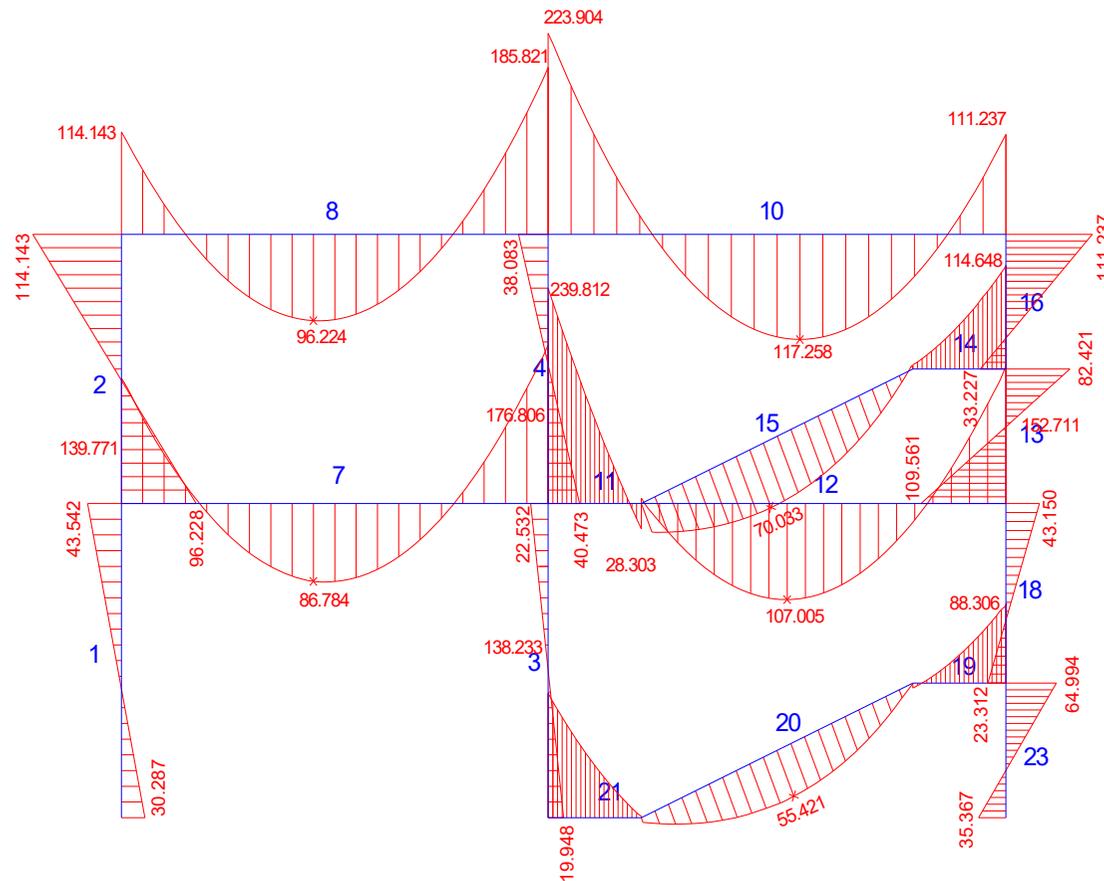
DIAGRAMMA DEL MOMENTO TORCENTE



Progetto di un telaio piano in c.a.

Analisi delle sollecitazioni

DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE



TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

La normativa NTC2018 (§4.1.2.3.5.2) impone la correzione sul diagramma d'involuppo dei momenti delle travi dovuta all'interazione tra il momento flettente ed il taglio

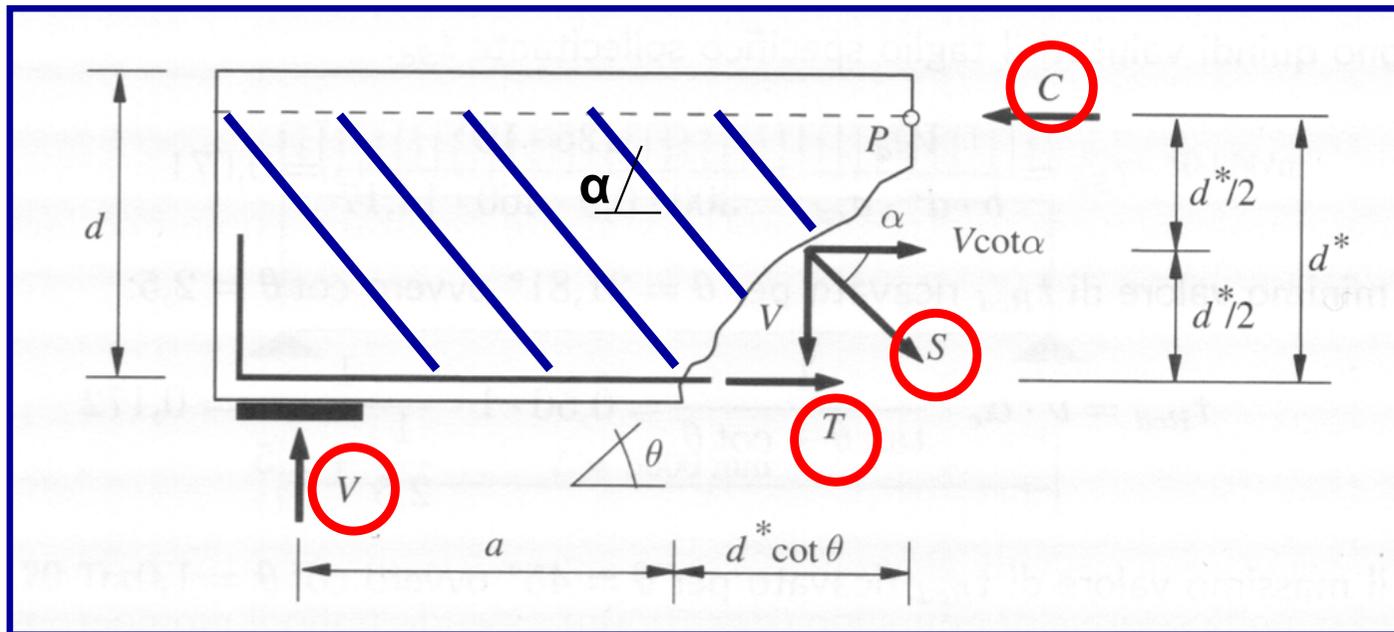
Per gli elementi armati a taglio, le armature longitudinali devono essere progettate considerando un diagramma dei momenti “traslato” di una quantità a_1 nella direzione che dà luogo ad un aumento del valore assoluto del momento flettente:

$$a_1 = 0.9 d (\cot\theta - \cot\alpha)/2 \geq 0$$

dove α è l'angolo d'inclinazione delle armature a taglio e θ è l'angolo di inclinazione delle bielle compresse.

TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

La formazione delle fessure diagonali a taglio comporta un aggravio della tensione nell'armatura tesa (rispetto a quella che si otterrebbe considerando la sola flessione).



Equilibrio alla rotazione intorno al punto P:

$$T \cdot d^* - V(a + d^* \cot \theta) + V \cdot \frac{d^*}{2} \cdot \cot \theta + V \cot \alpha \frac{d^*}{2} = 0$$

da cui:

$$T = \frac{V}{d^*} \left[a + \frac{d^*}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) \right] = \frac{|M|}{d^*} + \frac{|V|}{2} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

A causa delle lesioni diagonali a taglio lo sforzo nell'armatura longitudinale tesa all'ascissa $z=a$ dall'appoggio è prodotto dal momento flettente che si verifica nella sezione di ascissa:

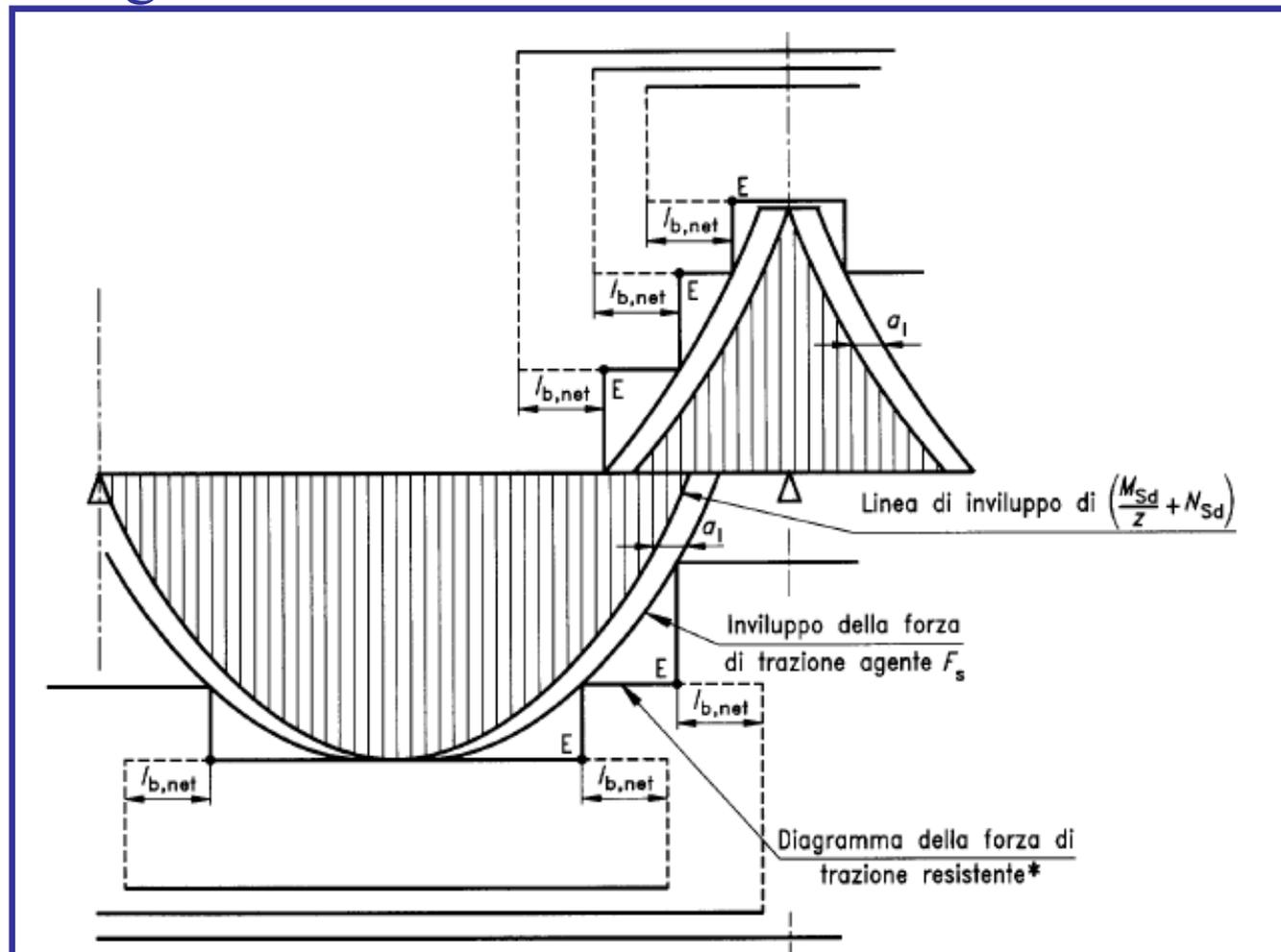
$$z = a + d^*/2(\cot\theta - \cot\alpha)$$

Operativamente questo comporta che la verifica dell'armatura longitudinale tesa debba essere effettuata traslando il diagramma del momento di calcolo per lo stato limite ultimo della quantità:

$$d^*/2(\cot\theta - \cot\alpha)$$

TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

Esempio di diagramma del momento flettente le cui ordinate sono traslate lungo l'asse della trave nel verso tale da estendere l'area del diagramma delle sollecitazioni.



TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

$$a_1 = 0.9 d (\cot\theta - \cot\alpha)/2 \geq 0$$

Adottando staffe come armature a taglio si ha: $\alpha = 90^\circ$ e $\cot\alpha = 0$

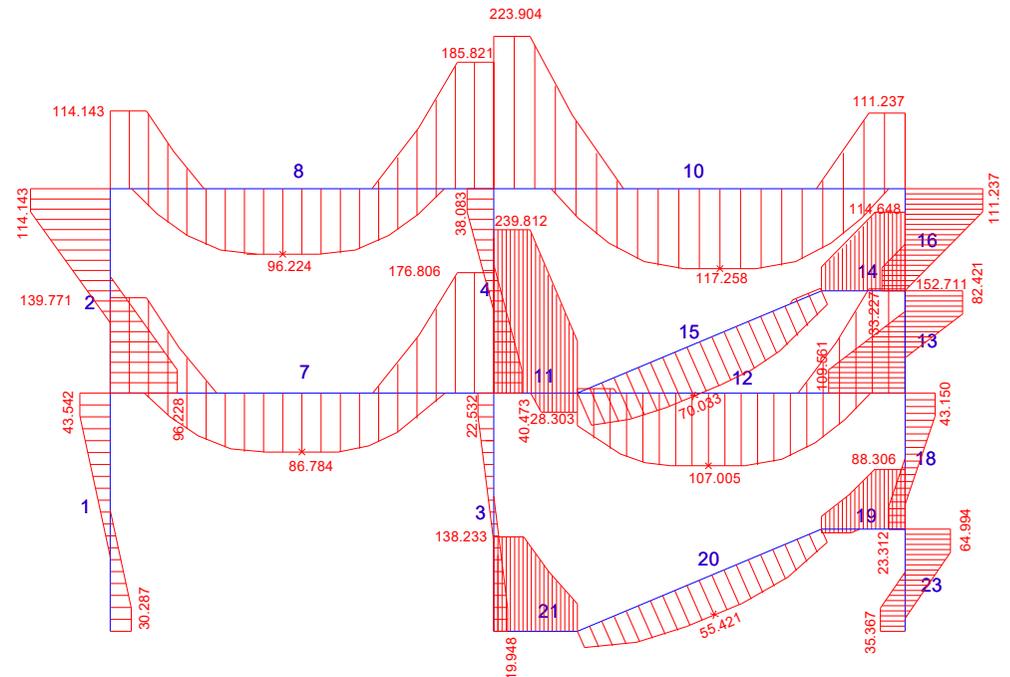
Il valore dell'angolo θ sarà valutato analiticamente in seguito.
Come dato di partenza si può assumere il valore limite indicato dalla normativa:
 $\cot\theta = 2.5 \rightarrow \theta = 21.8^\circ$

Per quanto riguarda il copriferro si assume $c' = 3$ cm

Nell'esempio, la trave è alta 55cm ($d = 55 - 3 = 52$ cm)

Si avrà quindi:

$$a_1 = 0.9 \cdot 52 / 2 \cdot 2.5 \sim 60 \text{ cm}$$



PRESCRIZIONI DI NORMATIVA

ARMATURE LONGITUDINALI

La normativa (NTC2018, § 4.1.6.1.1) fornisce alcune indicazioni sulla quantità minima di armatura longitudinale delle travi.

Alle estremità delle travi deve essere disposta un'armatura inferiore, convenientemente ancorata, in grado di assorbire allo stato limite ultimo uno sforzo di trazione pari al taglio V_d .

Nella sezione di appoggio ($a = 0$) trascurando il contributo delle staffe si ottiene ($S = 0$, $V \cot \alpha = 0$) e dunque per l'equilibrio del concio si ha:

$$T \cdot d^* - V \cdot d^* \cot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad T = V \cdot \cot \theta$$

**Armatura minima
inferiore**

$$A_s = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}} \rightarrow$$

$$A_{s,\min} = V_d / f_{yd}$$

PRESCRIZIONI DI NORMATIVA

ARMATURE LONGITUDINALI

La percentuale di armatura, in zona **tesa o compressa** non deve superare il seguente limite:

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c$$

dove A_c è l'area della sezione

In **zona tesa** l'area dell'armatura minima deve essere pari a:

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \geq 0.0013 \cdot b_t \cdot d$$

dove b_t è la larghezza media della zona tesa

PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

I dati delle travi riportate nell'esempio sono:

$$H = 55\text{cm} \quad b_t = 30\text{ cm} \quad d' = 3\text{ cm} \quad d = 52\text{ cm} \quad A_c = 1560\text{ cm}^2$$

La trave ha staffe a due braccia quindi si avranno, come minimo, 2 correnti inferiori e 2 correnti superiori

L'area minima di armatura nelle zone tese deve essere:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d = 0.26 \frac{2.2}{450} \cdot 30 \cdot 52 = 1.98\text{cmq}$$

$$A_{s,\min} = 0.0013 \cdot b_t \cdot d = 0.0013 \cdot 30 \cdot 52 = 2.02\text{cmq}$$



$$A_{s,\min} = 2.02\text{cmq}$$

PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

Infine, l'armatura minima in una generica sezione deve essere in grado di assorbire il momento flettente di calcolo

$$A_{s,min} = M_d / (0.9 \cdot d \cdot f_{yd})$$

con $A_{s,min}$ area minima di ferro,

M_d = momento di calcolo espresso,

d = altezza utile della sezione $d = H - d'$ (d' = copriferro)

f_{yd} = resistenza di calcolo dell'acciaio

ATTENZIONE: nel dimensionamento si deve tenere in conto che la dimensione del copriferro e dell'interferro devono essere tali da garantire un getto compatto consentendo il passaggio degli inerti

PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

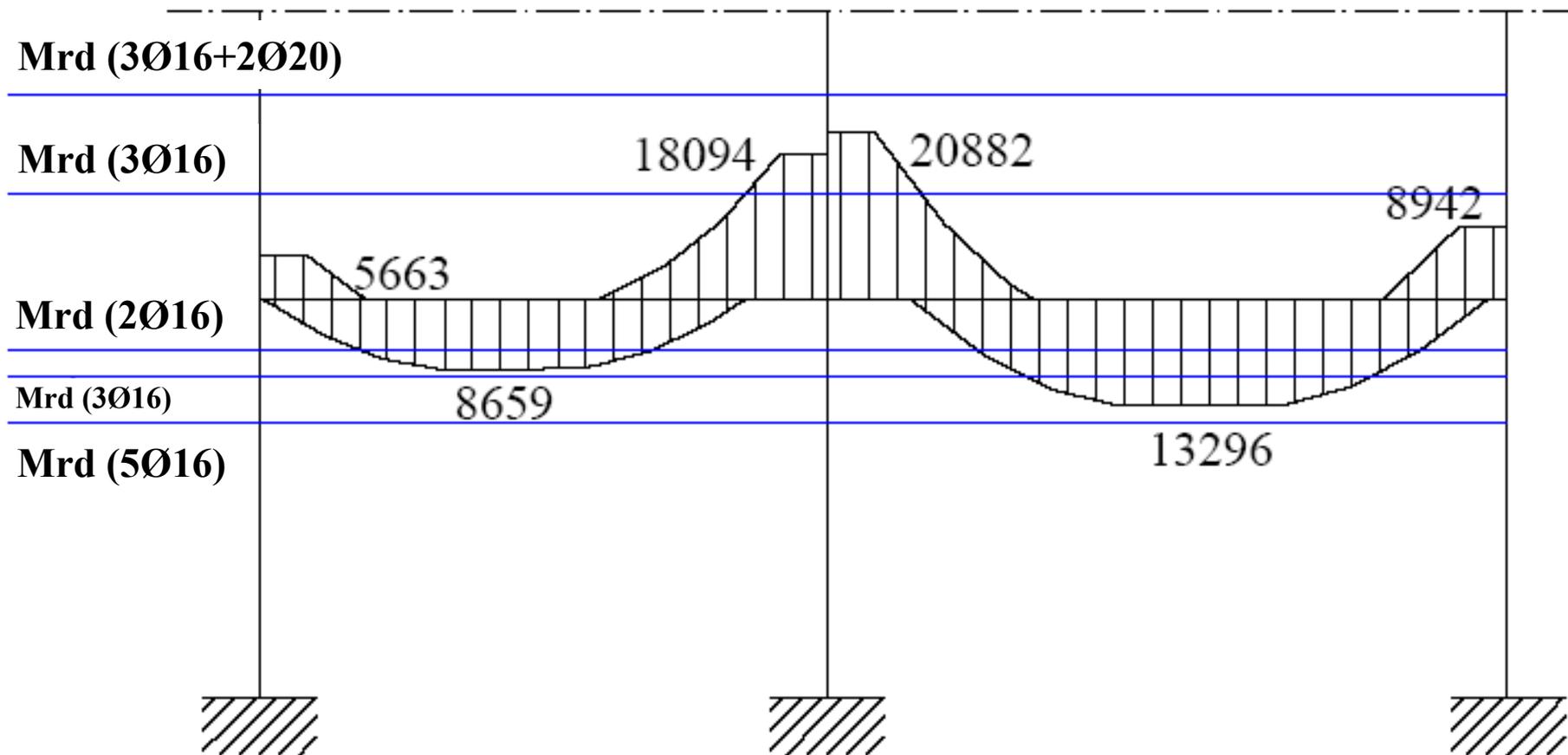
Dopo aver trasformato le aree di acciaio minimo in tondini, è necessario stabilire la disposizione dei ferri, dove interromperli, dove aggiungerli ecc ...

Questa operazione può essere svolta graficamente attraverso il diagramma dei **MOMENTI ULTIMI RESISTENTI**

E' necessario poi aggiungere la lunghezza di ancoraggio a ciascuna barra ed ancorare i ferri alle estremità

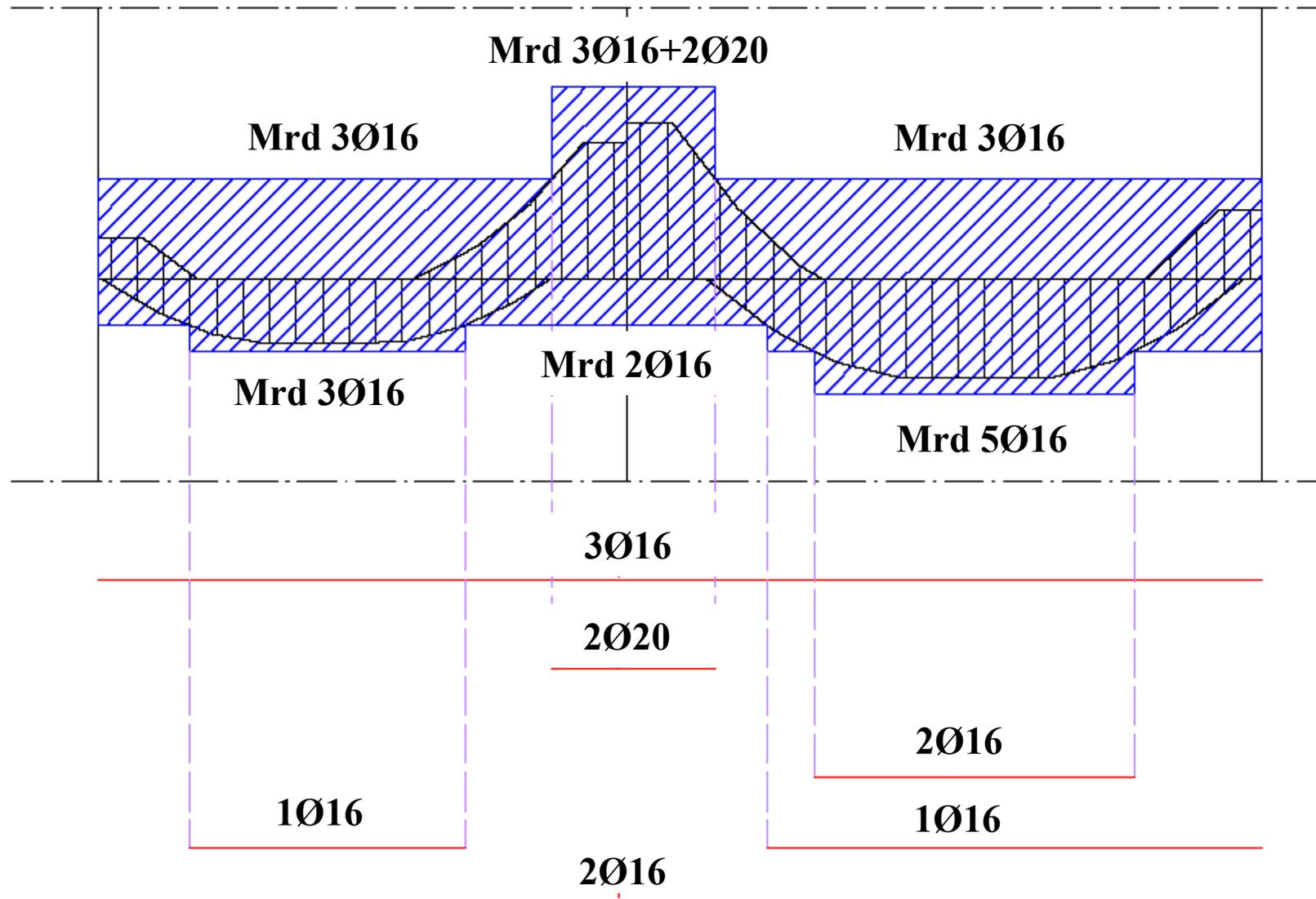
PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

DIAGRAMMA DEI MOMENTI AGENTI-RESISTENTI



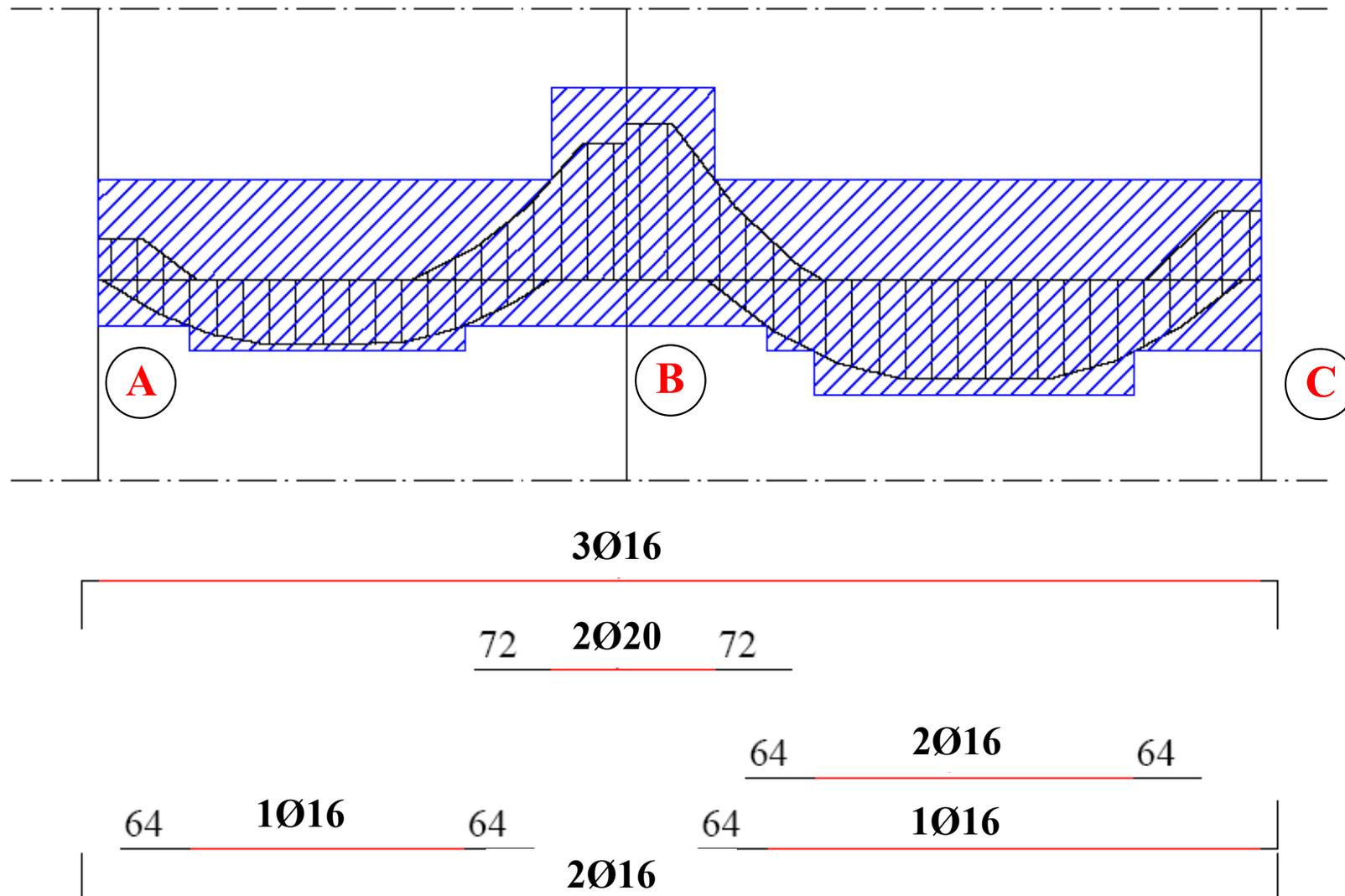
PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

DIAGRAMMA DEI MOMENTI AGENTI-RESISTENTI



PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO



PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO

4.1.2.1.1.4 Tensione tangenziale di aderenza acciaio-calcestruzzo

La resistenza tangenziale di aderenza di calcolo f_{bd} vale:

$$f_{bd} = f_{bk} / \gamma_C \quad (4.1.7)$$

dove:

γ_C è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo, pari a 1,5;

f_{bk} è la resistenza tangenziale caratteristica di aderenza data da:

$$f_{bk} = 2,25 \cdot \eta \cdot f_{ctk} \quad (4.1.8)$$

in cui

$\eta = 1,0$ per barre di diametro $\phi \leq 32$ mm

$\eta = (132 - \phi)/100$ per barre di diametro superiore.

Nel caso di armature molto addensate o ancoraggi in zona di calcestruzzo teso, la resistenza di aderenza va ridotta dividendola almeno per 1,5.

$$f_{ctk} = 0.7 \times f_{ctm} = 1.54 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{bd} = 2.31 \text{ N/mm}^2$$

PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO

Ipotesi di ripartizione uniforme delle tensioni tangenziali di aderenza in zone di *calcestruzzo compatto*

$$f_{bd} = 2.25 f_{ctk} / \gamma_c \text{ aderenza migliorata} \quad [\text{NOTA: } f_{ctk} = 0.7 \cdot f_{ctm}]$$

Tenendo conto dell'equilibrio tra la forza di trazione nella barra e la risultante delle tensioni tangenziali lungo il suo perimetro si può calcolare la lunghezza di ancoraggio come:

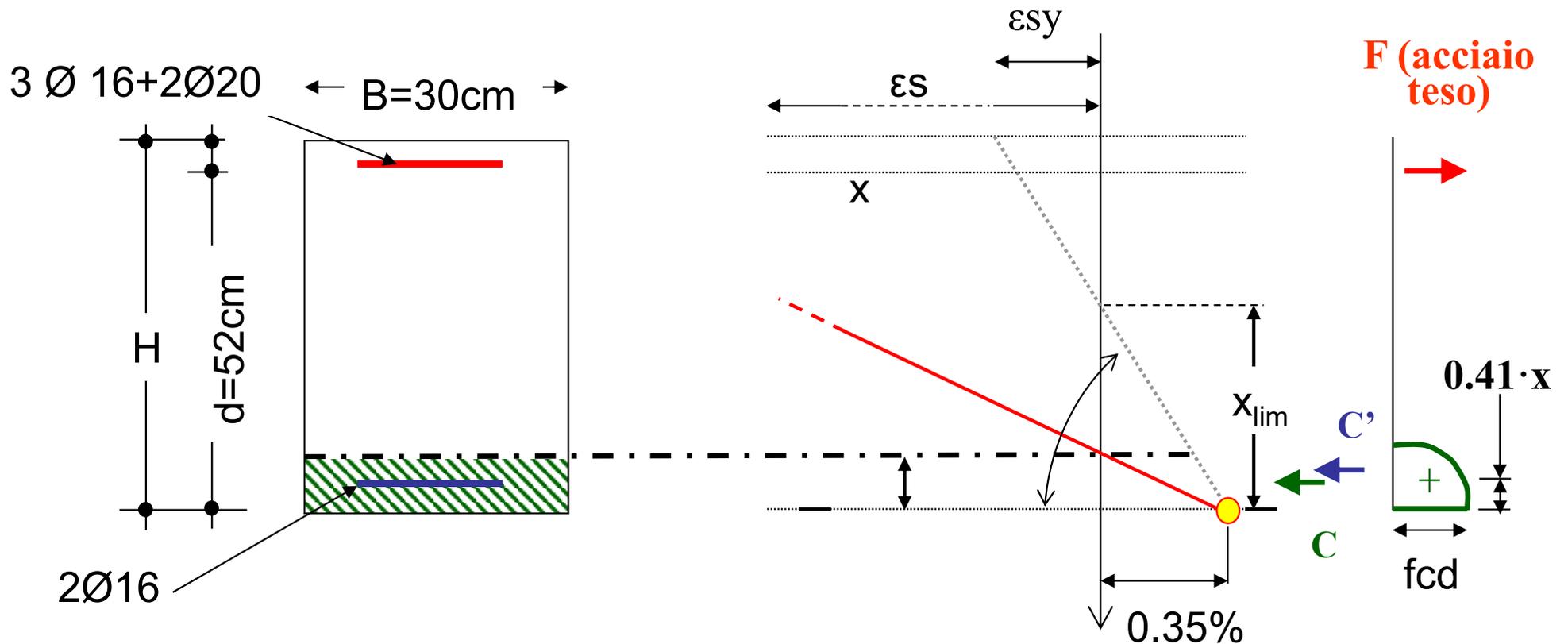
$$L_b = (f_{yd} \cdot \Phi) / 4f_{bd}$$

L_b non può comunque essere inferiore a 20Φ o 15 cm. Spesso, si approssima $L_b = 40 \Phi$

Verifiche a flessione semplice

Sezione B. Ipotizziamo che la regione sia la 2
a.n. $c' \leq x < x_{lim}$; $\psi = 0.809$; $\lambda = 0.416$

$$x_{lim} = \frac{0.35\% \cdot d}{0.35\% + \varepsilon_{yd}} = \frac{0.0035 \cdot 520}{0.0035 + 0.00183} = 341.4\text{mm}$$

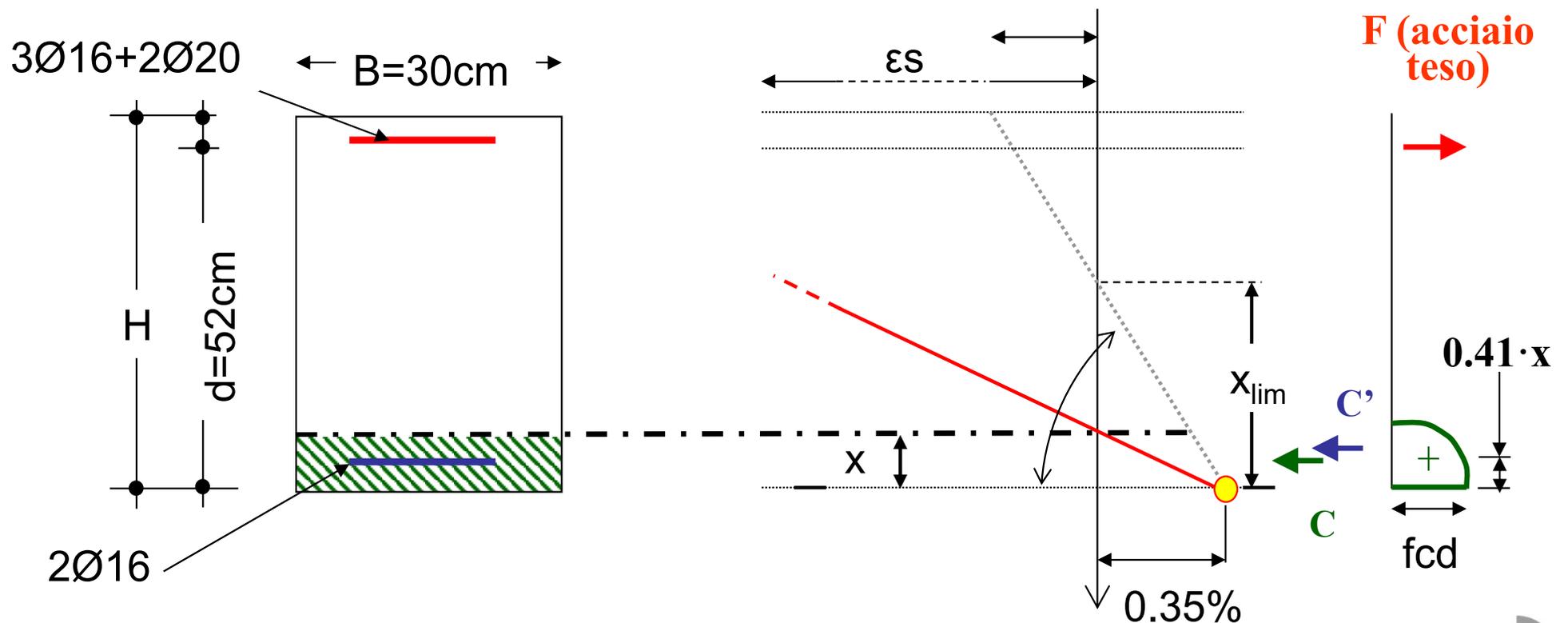


Verifiche a flessione semplice

La posizione dell'asse neutro è valutata imponendo l'equilibrio alla traslazione delle risultanti di compressione e di trazione:

$$N_{Sd} = -B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} + A_s \cdot f_{yd} = 0 \Rightarrow x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{B \cdot \psi \cdot f_{cd}} = \frac{(1231 - 402) \cdot 391.3}{300 \cdot 0.81 \cdot 11.7} = 114 < 341 \text{ mm} = x_{lim}$$

!!bisogna verificare l'ipotesi di acciaio compresso snervato!!



Verifiche a flessione semplice

Dalla similitudine dei triangoli definiti dalla posizione dell'asse neutro e dal valore delle deformate del cls e dell'acciaio compresso risulta:

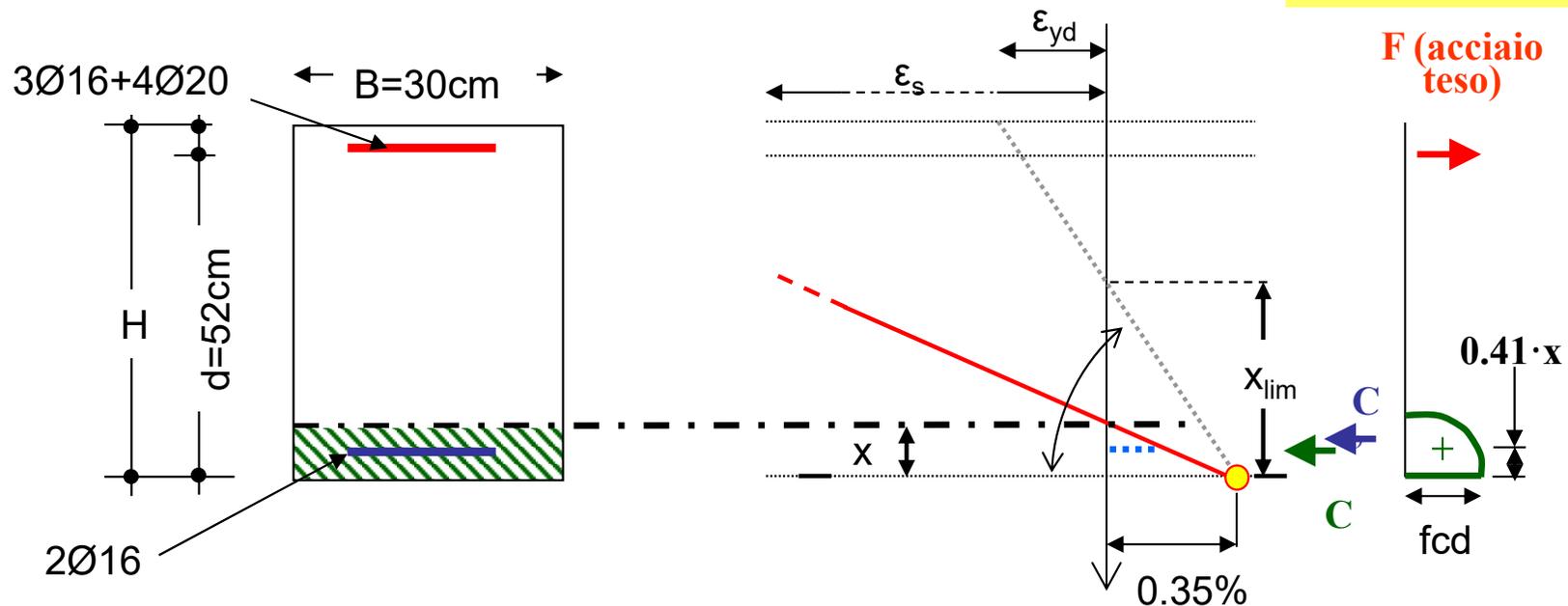
$$\frac{x}{0.0035} = \frac{x - c}{\varepsilon_s} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{0.0035 \cdot (114 - 30)}{114} = 0.0026 = 0.26\%$$

Il limite di deformazione in corrispondenza dello snervamento è:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{210000} = 0.00186 = 0.183\% < 0.26 = \varepsilon_s$$



acciaio
compresso
snervato



Verifiche a flessione semplice

Il valore del momento resistente è valutato imponendo l'equilibrio alla rotazione delle risultanti di trazione e di compressione rispetto a qualsiasi asse (es: $H/2$):

$$M_{Rd} = B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (H/2 - \lambda \cdot x) + A'_s \cdot f_{yd} (H/2 - c') + A_s \cdot f_{yd} (H/2 - c)$$

$$M_{Rd} = 300 \cdot 0.81 \cdot 114 \cdot 11.7 \cdot (275 - 0.41 \cdot 114) + 402 \cdot 391.3 \cdot (275 - 30) + 1231 \cdot 391.3 \cdot (275 - 30) =$$

$$= 230 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 230 \text{ kNm} > 208 \text{ kNm} = M_{sd} \Rightarrow \text{verificato}$$

Il momento resistente risulta maggiore di quello agente

LA SEZIONE è VERIFICATA

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

La verifica allo SLU per elementi con armature trasversale resistente a taglio è soddisfatta se:

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}$$

dove V_{Ed} è il valore dello sforzo di taglio agente e V_{Rd} è il taglio resistente pari al minimo tra il valore del taglio “compressione” V_{Rcd} e taglio “trazione” V_{Rsd} :

$$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}; V_{Rsd})$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

Taglio “compressione”

La resistenza delle bielle compresse di cls si valuta attraverso la seguente espressione:

$$V_{Rcd} = 0.9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_C \cdot f'_{cd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) / (1 + \cot^2 \theta)$$

b_w è la larghezza minima della sezione;

d è l'altezza utile della sezione;

α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

f'_{cd} resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd}$);

θ angolo di inclinazione delle bielle di cls $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

α_c coefficiente maggiorativo pari a: 1 per membrane non compresse

$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$ $0 \leq \sigma_{cp} < 0.25f_{cd}$

1,25 $0.25f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0.5f_{cd}$

$2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ $0.5f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

σ_{cp} è la tensione media di compressione della sezione;

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

Taglio “trazione”

La resistenza delle armature trasversali si valuta attraverso la seguente espressione:

$$V_{Rsd} = 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \text{sen} \alpha$$

A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale;

d è l'altezza utile della sezione;

s interasse tra due armature trasversali consecutive;

α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

f_{yd} resistenza di calcolo dell'acciaio;

θ angolo di inclinazione delle bielle di cls $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

FASE DI PROGETTO

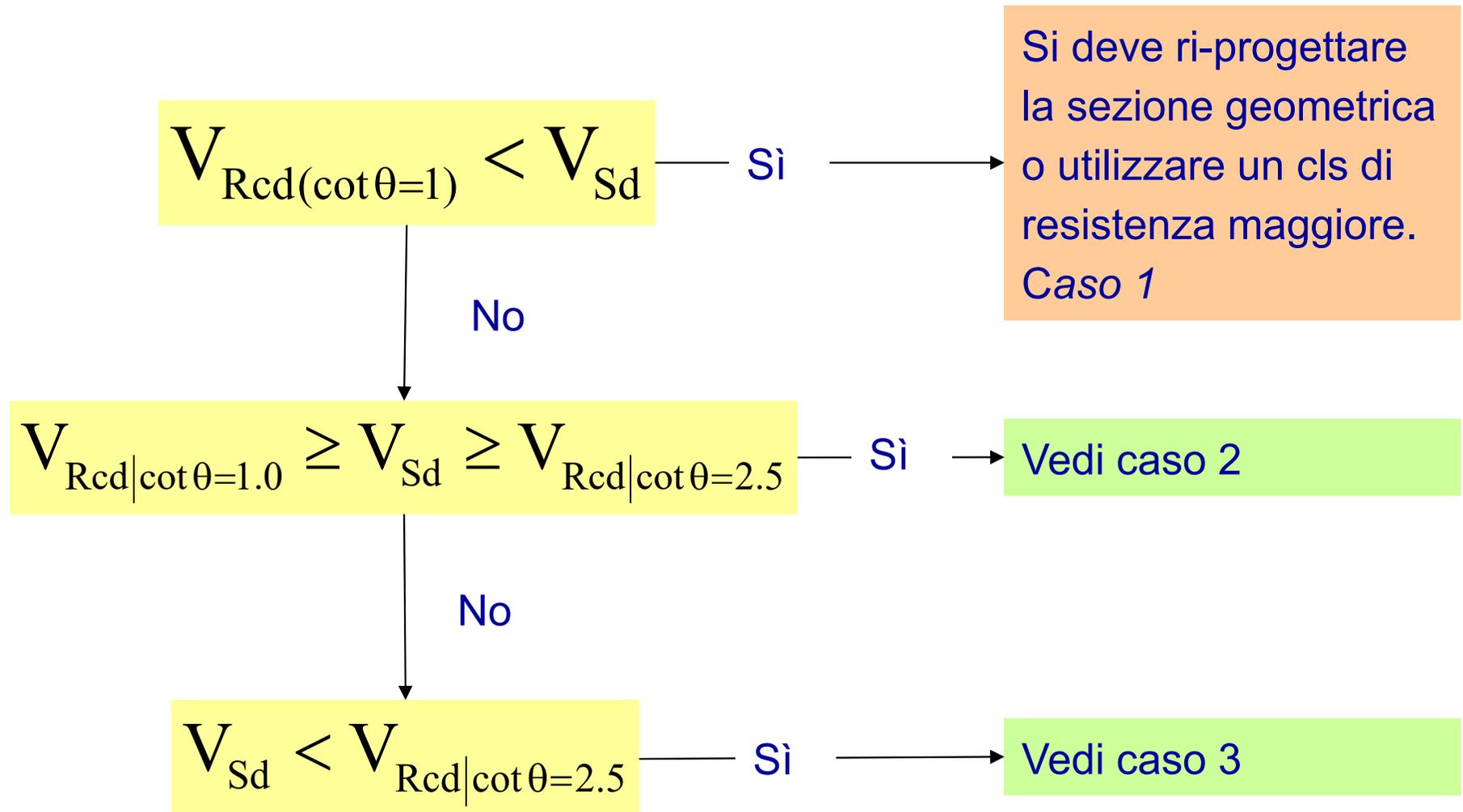
- 1) Controllo che $V_{sd} \leq V_{Rcd}(\cot\theta=1)$
- 2) Determinazione del valore $\cot\theta$
- 3) Controllo del rispetto dei limiti di normativa: $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$
- 4) Calcolo dell'armatura a taglio
- 5) Controllo dei minimi di armatura da normativa

FASE DI VERIFICA

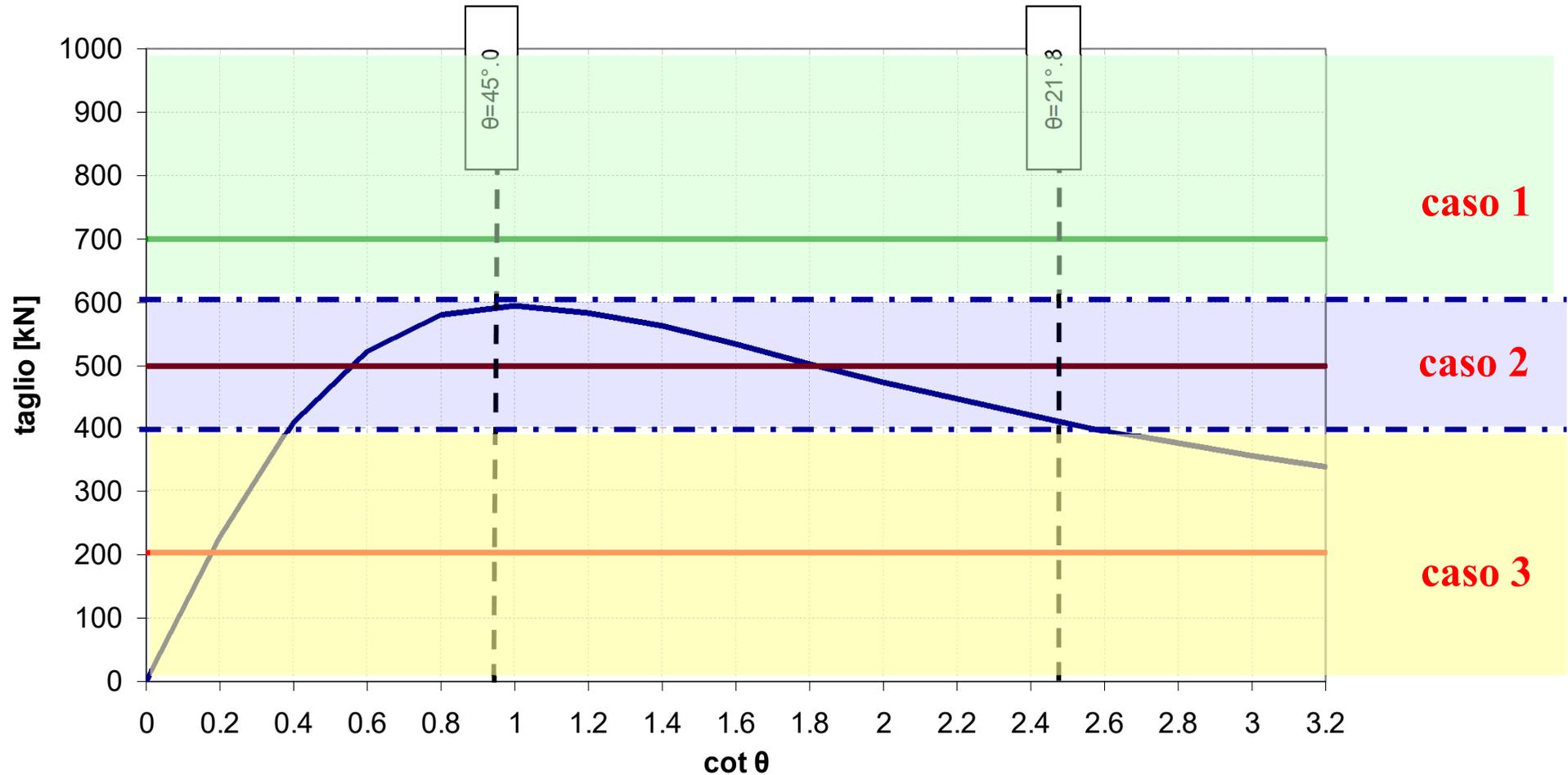
- 1) Determinazione del valore di $\cot\theta$
- 2) Controllo del rispetto dei limiti di normativa: $1 \leq \cot\theta \leq 2.5$
- 3) Calcolo del taglio resistente V_{rd} della sezione
- 4) Confronto taglio resistente – taglio di calcolo $V_{Rd}(\min) \geq V_{Sd}$

Il Progetto delle armature

Per la progettazione delle armatura si procedere secondo il seguente schema:



Il Progetto delle armature



— Funzione taglio “compressione”, V_{rcd}

— Valori di Taglio agente V_{sd}

Il Progetto delle armature

Caso 2. $V_{Rcd|cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il valore della $\cot\theta$ è valutato attraverso l'uguaglianza tra il taglio agente V_{Sd} e quello resistente del cls V_{Rcd} (taglio "compressione") :

$$V_{Rcd} = V_{Sd} \Rightarrow \cot \theta = f(V_{Sd}, d, b_w, \alpha_C, f'_{cd}, \cot \alpha)$$

Noto il valore di $\cot\theta$ l'armatura a taglio è determinata attraverso l'uguaglianza tra il taglio agente V_{Sd} e quello resistente "trazione" V_{Rsd} , dove l'unica incognita è il rapporto A_{sw}/s .

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \text{sen} \alpha}$$

A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale

s interasse tra due armature trasversali consecutive

Il Progetto delle armature

Caso 3. $V_{Sd} < V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il progetto dell'armatura a taglio (rapporto A_{sw}/s) viene eseguito imponendo l'uguaglianza tra il taglio agente V_{Sd} e quello resistente dell'armatura V_{Rsd} (taglio "trazione") in corrispondenza di $\cot\theta = 2.5$:

$$V_{Sd} = V_{Rsd|cot\theta=2.5} = A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \frac{0.9d}{s} \cdot \sin\alpha \cdot (\cot\alpha + 2.5)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot (\cot\alpha + 2.5) \cdot \sin\alpha}$$

A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale

s interasse tra due armature trasversali consecutive

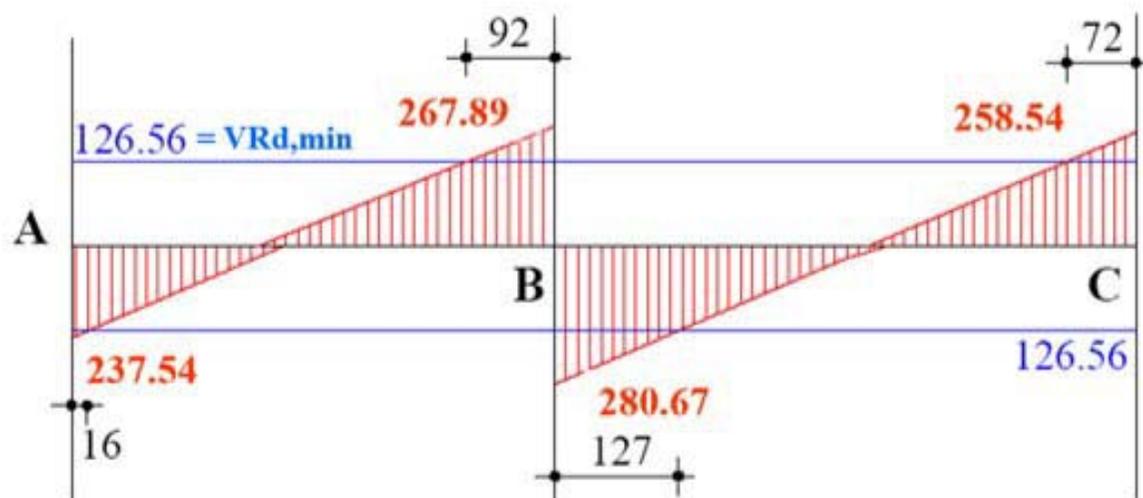
VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

FASE DI PROGETTO

ESEMPIO:

DATI DI PROGETTO DELLA TRAVE B-C

- $V_{sd} = 280.67\text{kN}$;
- $d = 520\text{mm}$;
- $b_w = 300\text{mm}$;
- $\alpha_c = 1$;
- $f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd} = 5.85\text{N/mm}^2$;
- $\cot\alpha = 0$ (ipotesi di utilizzo staffe $\alpha = 90^\circ$)



Il Progetto delle armature

Controllo della resistenza massima del cls

$$V_{Rcd}(\cot \theta = 1) \geq V_{Sd}$$

$$V_{Rcd}(\cot \theta = 1) = 450.15 \geq 280.67 \text{ kN} = V_{Sd}$$

Se la verifica non è soddisfatta bisogna definire una nuova geometria della sezione ovvero adottare un cls più resistente

Controllo Caso 2

$$V_{Rcd|\cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|\cot\theta=2.5}$$

$$450.1 \text{ kN} = V_{Rcd|\cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|\cot\theta=2.5} = 306.8 \text{ kN}$$

La sezione in esame non rientra nel Caso 2

Controllo del Caso 3

$$V_{Sd} = 280.7 \text{ kN} < V_{Rcd|\cot\theta=2.5} = 306.8 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad \text{Caso 3}$$

Il Progetto delle armature

Caso 3. $V_{Sd} < V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il progetto dell'armatura a taglio (rapporto A_{sw}/s) viene eseguito imponendo l'uguaglianza tra il taglio agente V_{Sd} e quello resistente dell'armatura V_{Rsd} (taglio "trazione") in corrispondenza di $\cot\theta = 2.5$:

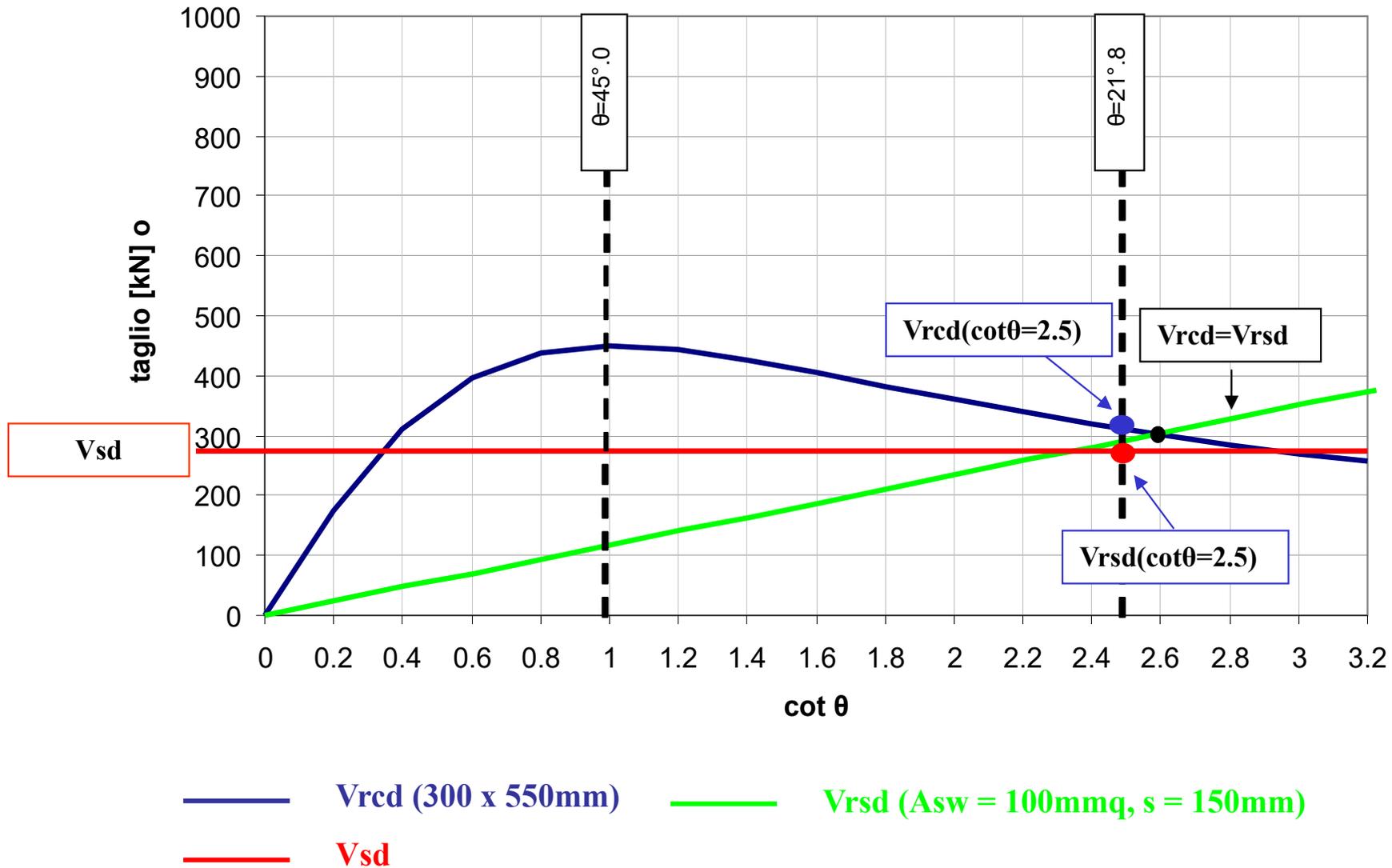
$$V_{Sd} = V_{Rsd|cot\theta=2.5} = A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \frac{0.9d}{s} \cdot \sin\alpha \cdot (\cot\alpha + 2.5)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot 2.5} = \frac{280670}{0.9 \cdot 520 \cdot 391 \cdot 2.5} = 0.61$$

Ipotizzando l'uso di staffe $\emptyset 8$ a due bracci ($A_{sw}=2 \times 50\text{mm}^2$) si ha:

$$s = \frac{A_{sw}}{0.61} = \frac{2 \cdot 50}{0.61} = 163.9\text{mm} \quad \rightarrow \quad \text{assumiamo passo } s=15\text{cm}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

FASE DI VERIFICA

1) Calcolo del taglio resistente

Il valore del taglio resistente è dato dal valore minimo tra il taglio “compressione” e il taglio “trazione”.

$$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}; V_{Rsd})$$

La verifica deve essere effettuata per ogni sezione con l'armatura effettiva. Questo comporta la determinazione del valore $\cot\theta$ in questa nuova configurazione. Tale valore è prodotto uguagliando il valore del taglio “compressione” e taglio “trazione”.

$$V_{Rcd} = V_{Rsd} \Rightarrow \cot \theta = \sqrt{\frac{s \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd}}{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \sin\alpha} - 1}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

Il valore $\cot\theta$ deve rispettare i limiti prescritti dalla normativa. Quindi si possono avere tre casi:

caso a): $1 \leq \cot\theta \leq 2.5 \Rightarrow V_{Rd} = V_{Rcd} = V_{Rsd}$

caso b): $\cot\theta > 2.5 \Rightarrow V_{Rd} = \min(V_{Rsd}|_{\cot\theta=2.5}; V_{Rcd}|_{\cot\theta=2.5})$

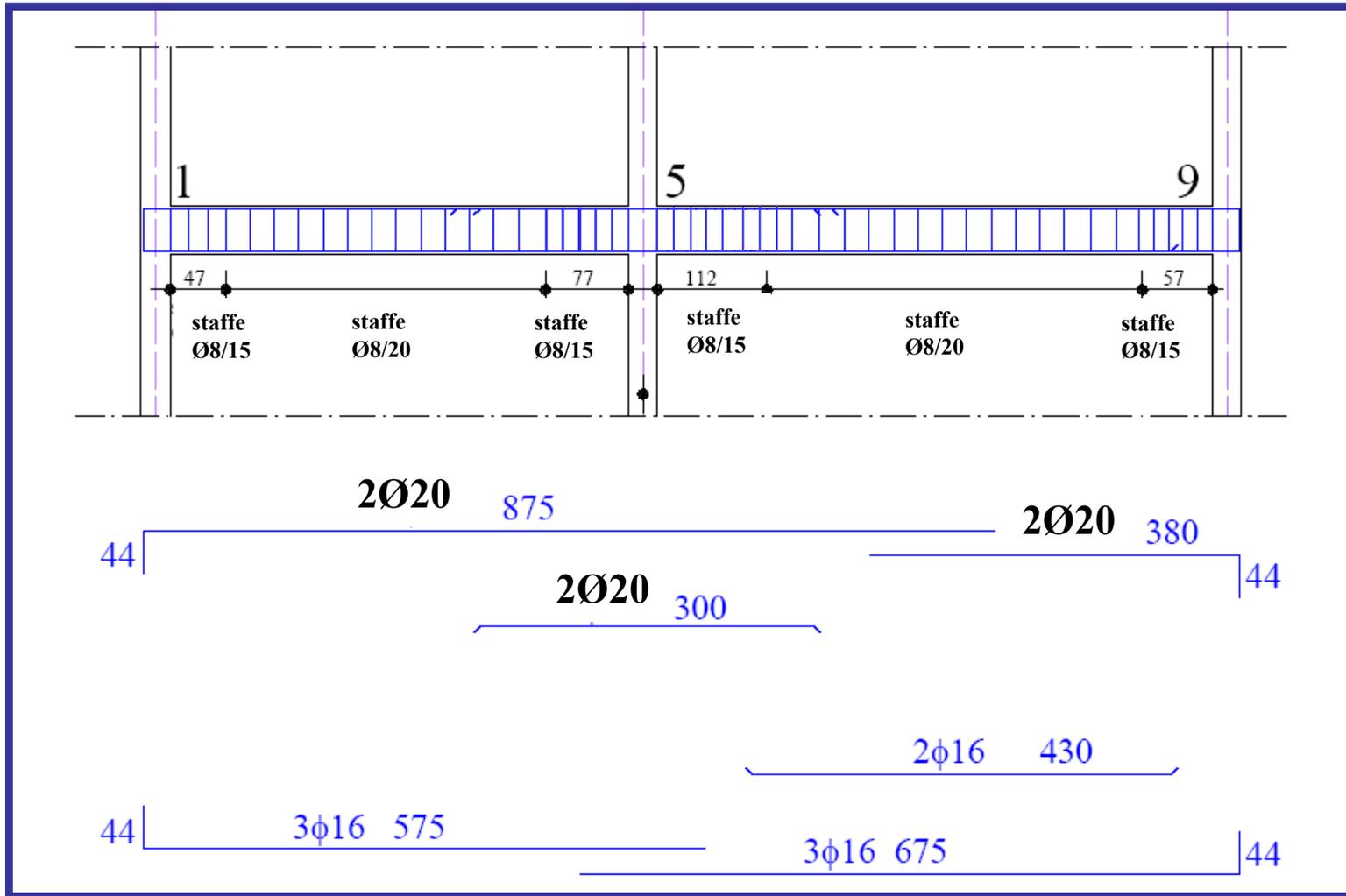
caso c): $\cot\theta < 1 \Rightarrow V_{Rd} = \min(V_{Rsd}|_{\cot\theta=1.0}; V_{Rcd}|_{\cot\theta=1.0})$

Nell'esempio in svolgimento si ha che:

$V_{Rcd} = V_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta = 2.57 > 2.5 \Rightarrow$ **caso b)**

$V_{Rd} = \min(V_{Rcd}; V_{Rsd}) = 305 \text{ kN} > 280.7 \text{ kN} = V_{Sd}$

CARPENTERIA ESECUTIVA



PROGETTO DELLE STAFFE

4.1.6.1.1 *Armatatura delle travi*

Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad $A_{st} = 1,5 b \text{ mm}^2/\text{m}$ essendo b lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.

staffatura minima:

$$A_{sw} = 1.5 \times b_w = 1.5 \times 300 = 450 \text{mm}^2/\text{m}$$

$$\rightarrow s = 220 \text{mm} \\ \text{(staffe } \phi 8)$$

Minimo 3 staffe per metro

$$\rightarrow s = 330 \text{mm}$$

Passo staffa massimo $0.8 \times d =$

$$\rightarrow s = 416 \text{mm}$$

$$S_{\min} = 220 \text{mm}$$

PROGETTO DEI PILASTRI

Prescrizioni normative sulle armature

(NTC2018 §4.1.2.3.5.2)

Nei pilastri soggetti a compressione centrata o eccentrica deve essere disposta un'armatura longitudinale di sezione non minore di

$$A_{s,min} \geq 0.10 N_{sd} / f_{yd}$$

Dove N_{sd} è la forza normale per combinazione di carico per SLU

L'armatura totale del pilastro deve avere sezione compresa tra

$$0.3\% A_c \leq A_s \leq 4\% A_c$$

dove A_c è l'area della sezione in calcestruzzo

PROGETTO DEI PILASTRI

Prescrizioni normative sulle armature

(NTC2018 §4.1.2.3.5.2)

- Diametro delle barre longitudinali non minore di **12 mm** con interasse non maggiore di **300 mm**
- Staffatura posta ad interasse non maggiore di:

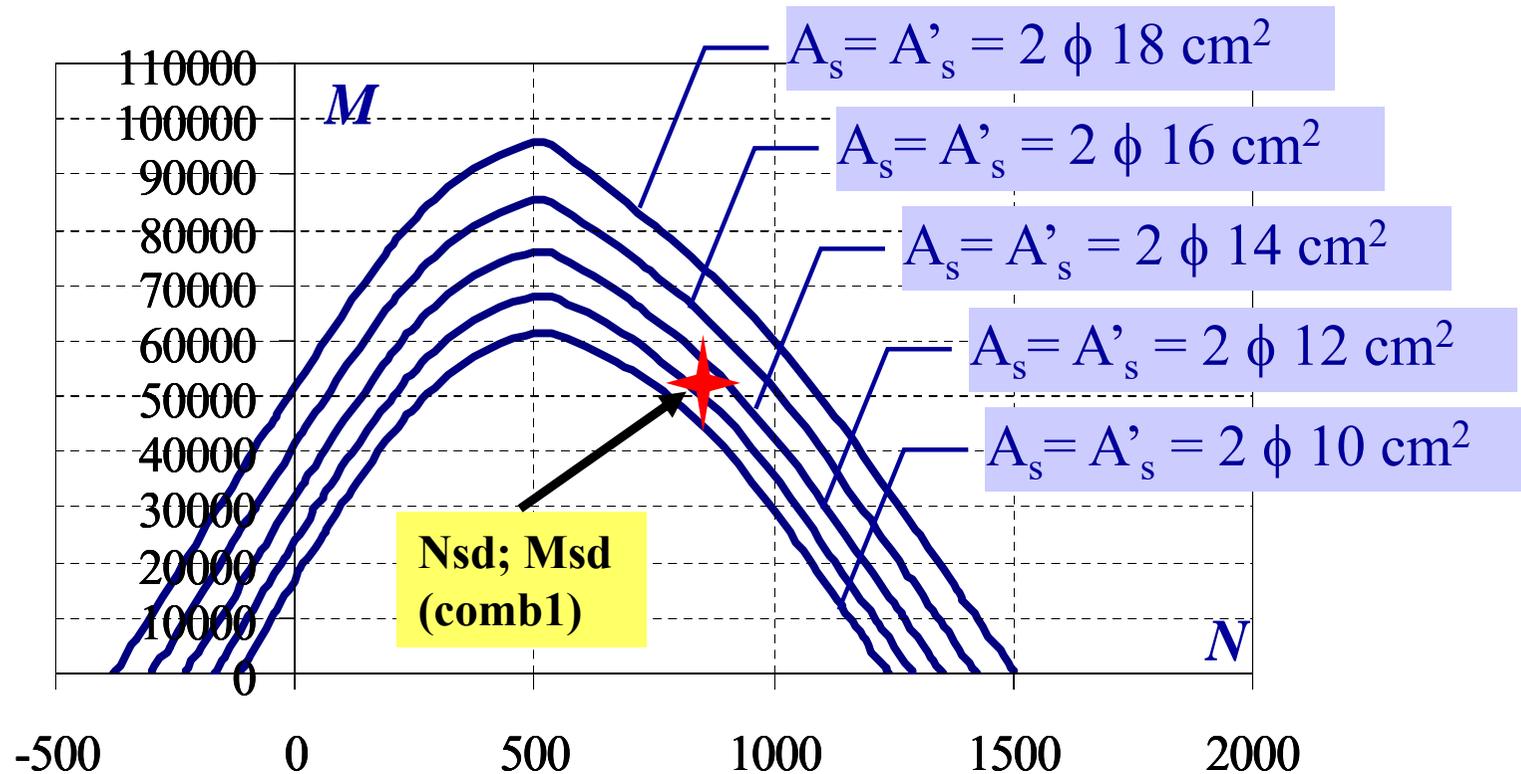
$$s_{\min} = \min(12\Phi_1; 25 \text{ cm})$$

dove Φ_1 è il diametro più piccolo dei ferri longitudinali adottati per armare il pilastro

- Diametro delle staffe non minore di **6 mm** e di **1/4 del diametro massimo delle barre longitudinali**

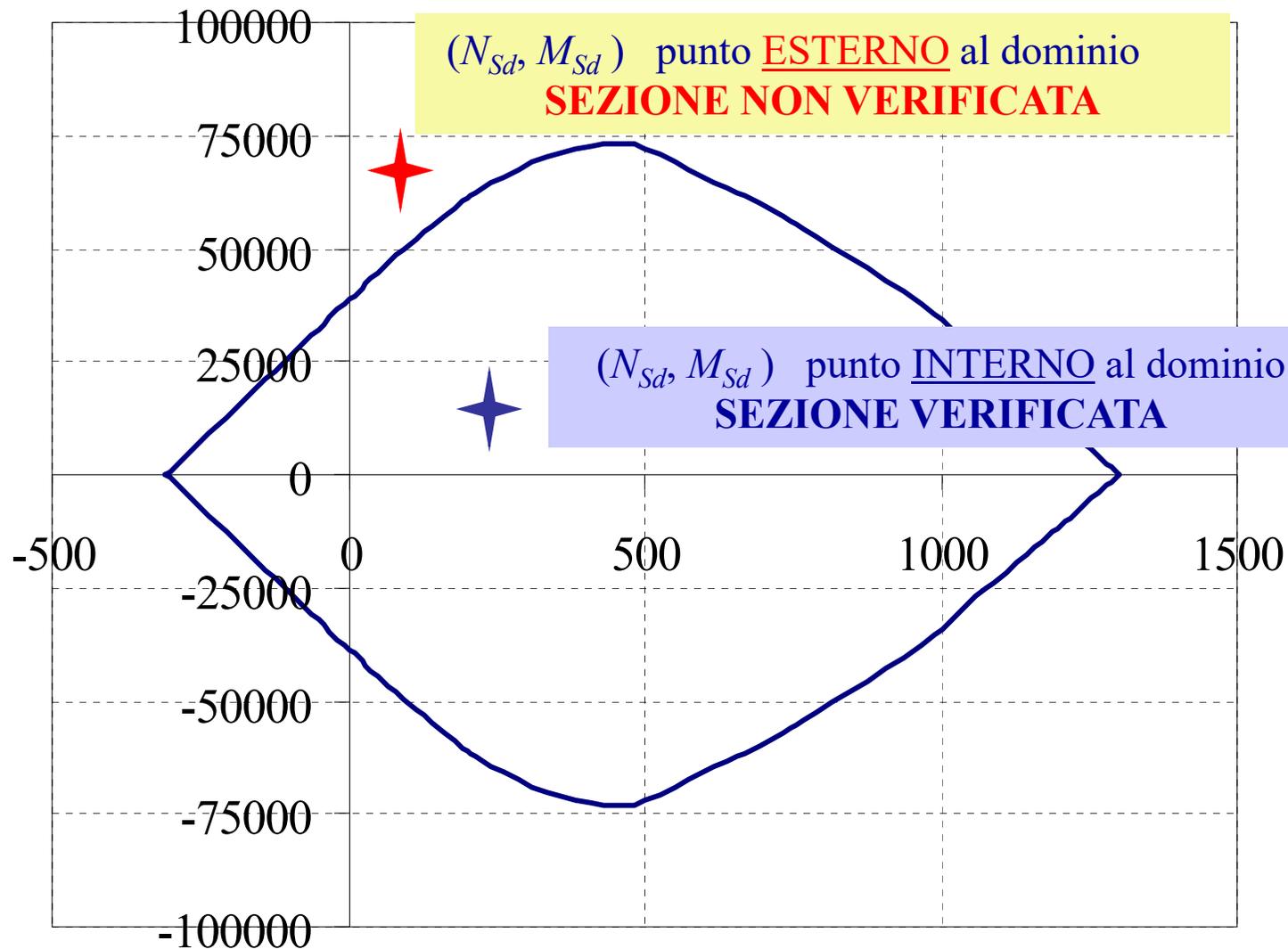
Utilizzo dei domini M – N per progetto-verifica

- Le dimensioni della sezione sono note
- Si costruiscono i domini M-N per diverse quantità di armatura.
- Si riporta sul diagramma il punto di coordinate (N_{sd}, M_{sd}) delle sezioni maggiormente sollecitate valutate per tutte le combinazioni di carico considerate
- Si determina la quantità di armatura necessaria



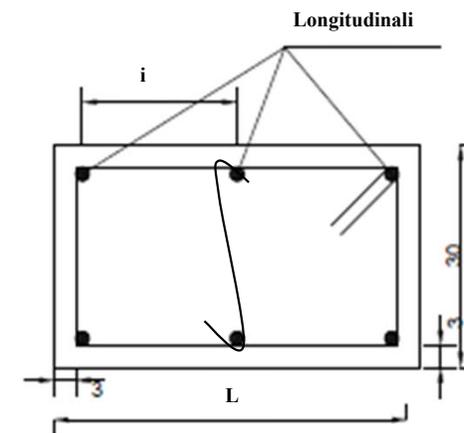
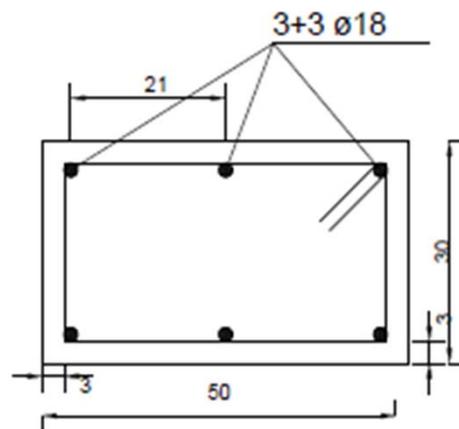
Domini M – N allo Stato Limite Ultimo

Per ogni pilastro devono essere riportate le coordinate N,M delle sezioni di testa e alla base



REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER I PILASTRI

- L'interasse tra le barre longitudinali non deve essere superiore a 25 cm anche lungo i lati meno sollecitati del pilastro (NTC2018 par. 7.4.6.2.2);
- Per evitare problemi d'instabilità delle barre longitudinali è bene prevedere dei ganci supplementari quando il lato della staffa è troppo lungo.

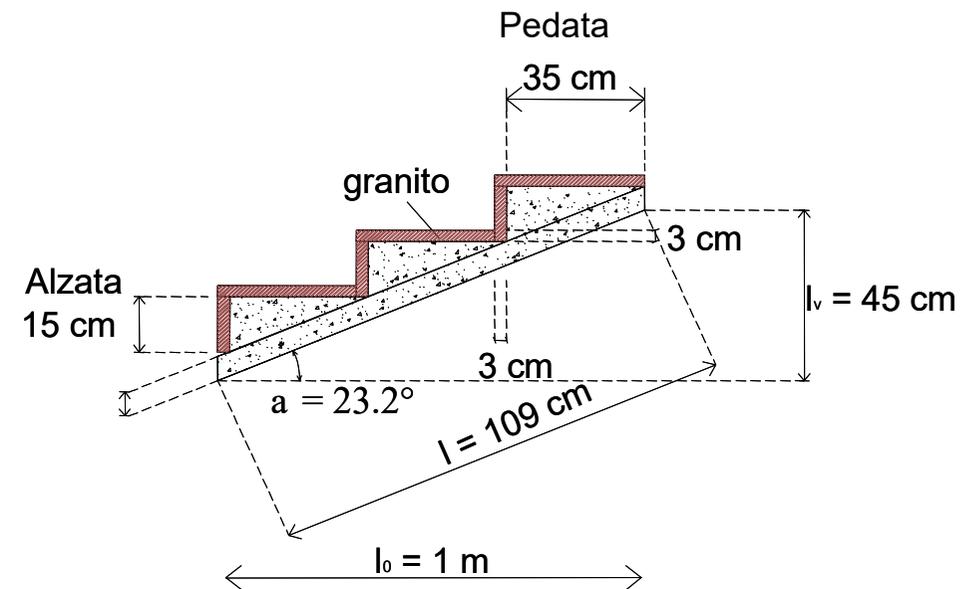


REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Progetto dei gradini

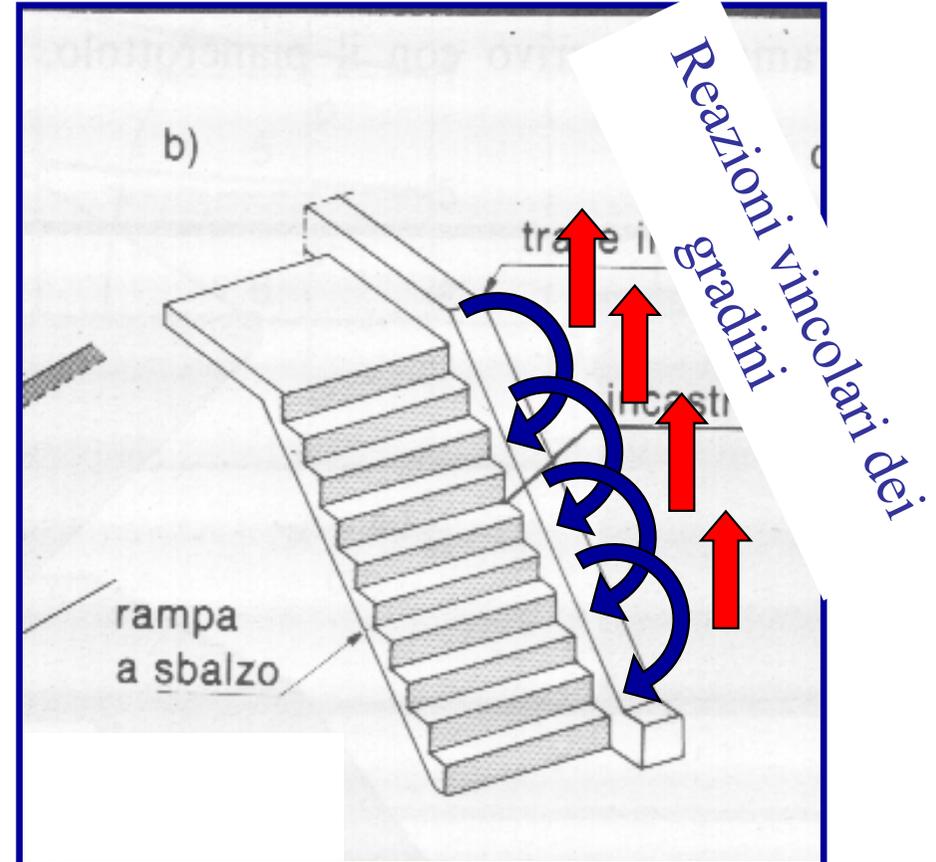
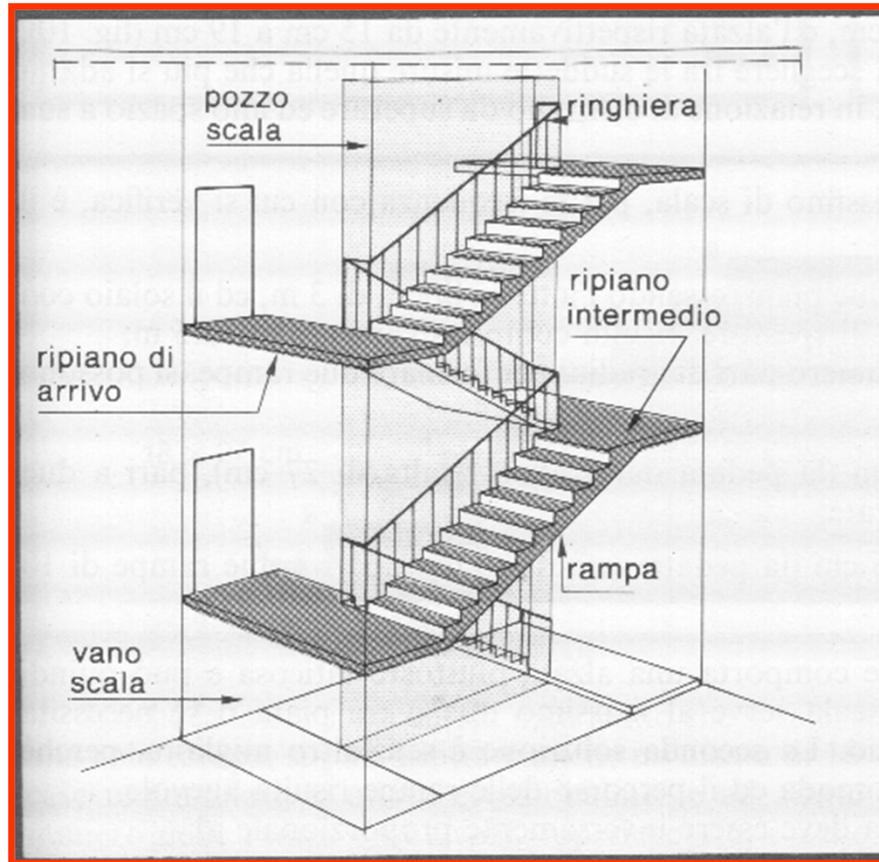
Considerando la geometria dei gradini si intuisce che l'asse di sollecitazione del momento non coincide con l'asse principale d'inerzia della sezione e che, quindi, si è in presenza di flessione deviata. Tuttavia, in virtù della presenza della soletta di collegamento, la scala può inflettersi essenzialmente ruotando intorno ad un asse che tende ad avere la stessa inclinazione della rampa.

Tutto il problema può essere semplificato progettando e verificando la sezione per la componente del momento secondo l'angolo α



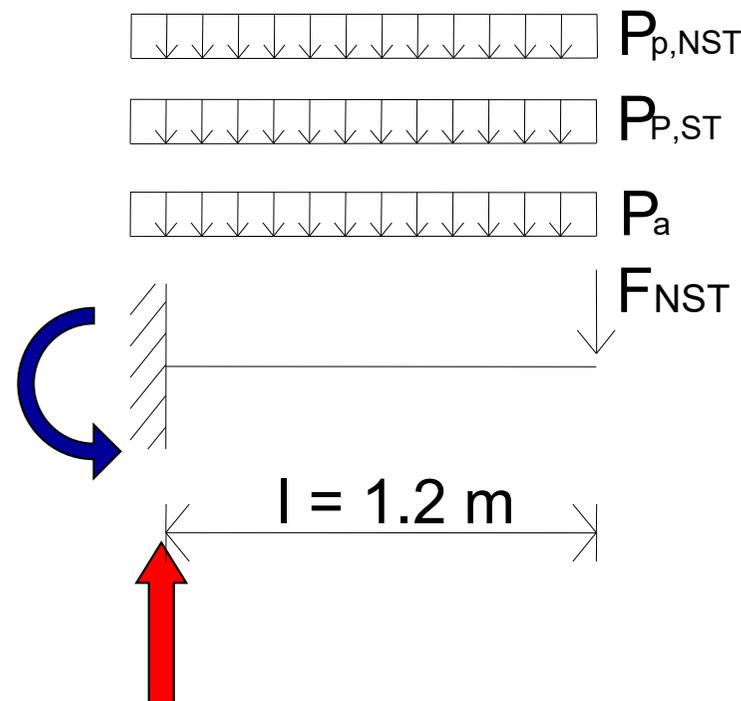
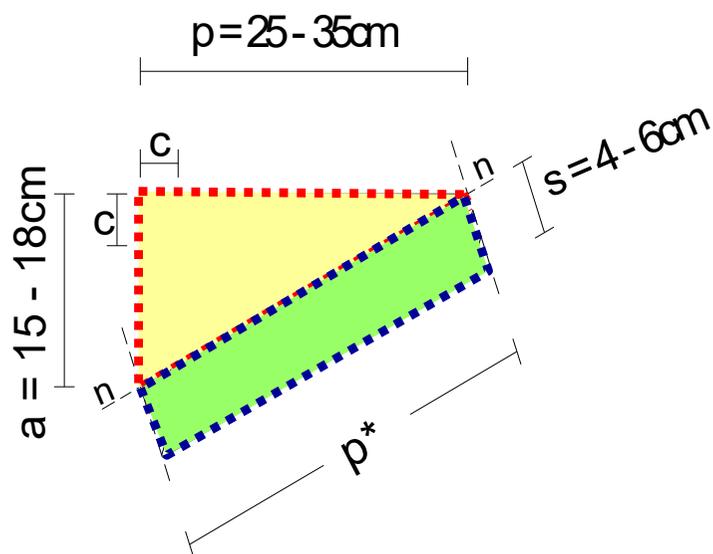
LA TRAVE A GINOCCHIO

Schema costruttivo della scala con trave a ginocchio

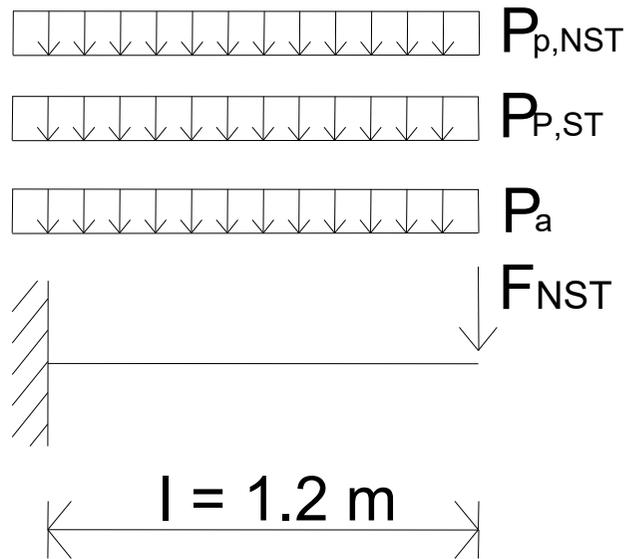


Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)

Considerando il vincolo d'incastro ogni gradino, o gruppo di gradini, può essere considerato come una mensola indipendente soggetta ad un carico uniformemente distribuito (peso proprio, carichi permanenti e accidentali) e ad un eventuale carico puntuale applicato alla sua estremità libera (parapetto)

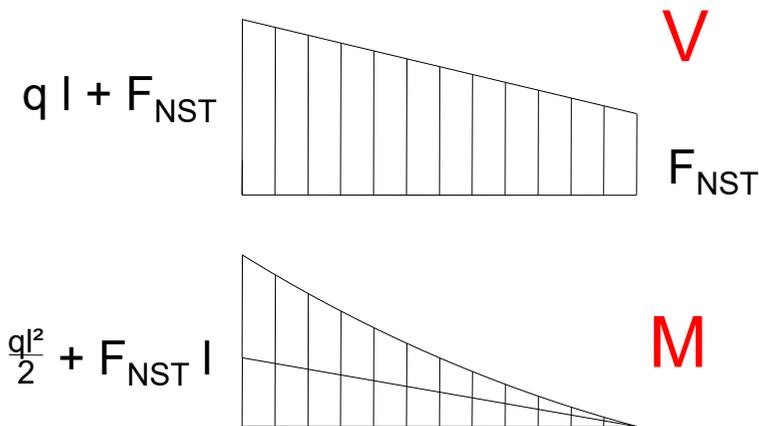


Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)



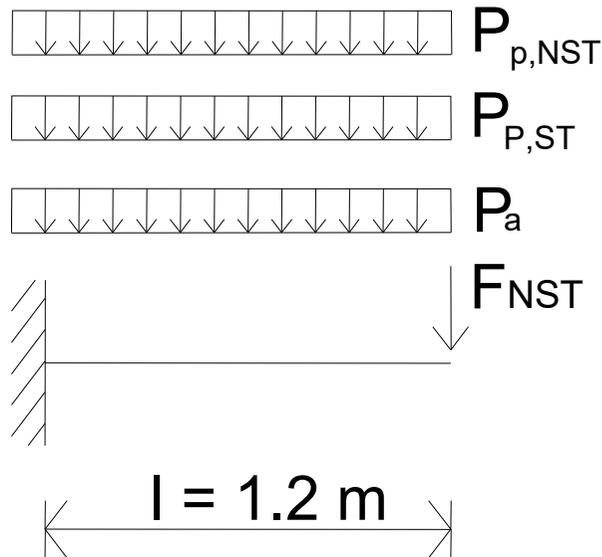
Il carico accidentale previsto dalla Normativa (NTC2018 tab 3.1.II) per scale è $Q_k = 4 \text{ kN/m}^2$.
Assumiamo che il peso del parapetto sia di $F_{NST} = 300\text{N}$.

Conoscendo i carichi possiamo calcolare le sollecitazioni sulla fascia di un metro di gradini



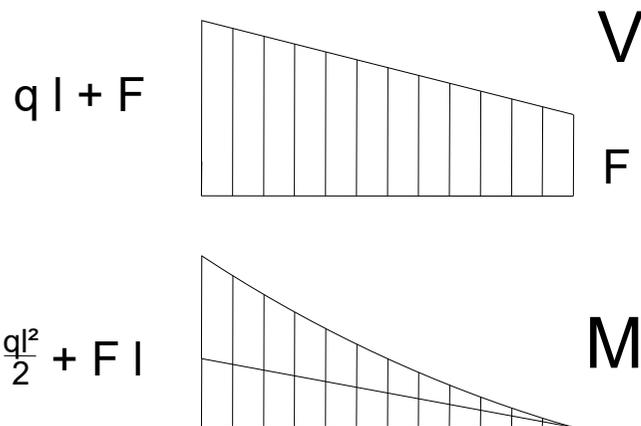
Il momento torcente da applicare lungo l'asse della trave a ginocchio è pari al valore del momento flettente all'incastro moltiplicato per il $\cos\alpha$

Gradini a sbalzo portati da una trave a ginocchio



$$\begin{aligned}
 F_d &= \gamma_{g1} G_1 + \gamma_{g2} G_2 + \gamma_q Q_k = \\
 &= 1.3 \cdot P_{p,ST} + 1.5 \cdot P_{p,NST} + 1.5 \cdot P_a = \\
 &= 1.3 \cdot (1.03 \cdot 1.2) + 1.5 \cdot (2 \cdot 1.2) + 1.5 \cdot (4 \cdot 1.2) = \\
 &= 12.4 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{sd} &= F_d + \gamma_{g2} \cdot F_{NST} = \\
 &= 12.4 + 0.3 \cdot 1.5 = 12.8 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 M_{sd} &= F_d \cdot l^2 / 2 + \gamma_{g2} \cdot F_{NST} \cdot l = \\
 &= (12.4 \cdot 1.44) / 2 + 1.5 \cdot 0.3 \cdot 1.2 = 9.5 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

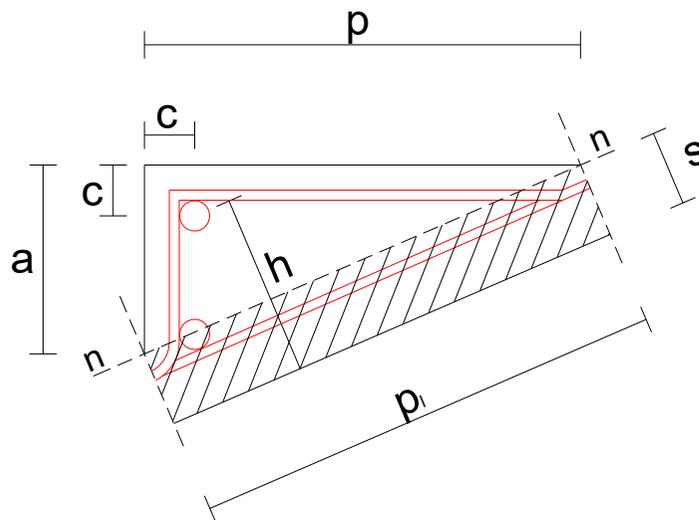
Il momento torcente da applicare lungo l'asse della trave a ginocchio è:

$$M_d = M_{sd} \cdot \cos \alpha = 9.5 \cdot \cos 23.2 = 8.7 \text{ kNm}$$

REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Progetto dei gradini

La sezione che consideriamo, per progettare e verificare l'armatura, è una sezione **rettangolare equivalente di base p_1 e altezza h**



$$p = 35 \text{ cm}$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$p_1 = 38 \text{ cm}$$

$$s = 6 \text{ cm}$$

$$c = 3.4 \text{ cm}$$

$$h = 14.5 \text{ cm}$$

$$A_c = (a \cdot p) / 2 + (s \cdot p_1) = (15 \cdot 35) / 2 + (6 \cdot 38) = 490.5 \text{ cm}^2$$

REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Il minimo di armature tesa da disporre è pari a:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \geq 0.0013 \cdot b_t \cdot d \implies A_{f1} = 71.6 \text{ mm}^2$$

•L'armatura necessaria per il momento flettente è valutata attraverso:

$$A_{f2} = M_d / (0.9d f_{yd}) = 5.2 \cdot 10^6 / (0.9 \cdot 145 \cdot 391.3) = 101 \text{ mm}^2 = 1.01 \text{ cm}^2$$

•Scegliamo la massima tra le due quantità:

$$A_f = \text{MAX} (A_{f1}; A_{f2}) = 1.01 \text{ cm}^2$$

•Trasformando l'area in tondini di ferro, disponiamo una barra $\Phi 12$ nella parte superiore della sezione per portare il momento pari a $A_f (\Phi 12) = 1.13 \text{ cm}^2$. Disponiamo un'altra barra $\Phi 12$ nella parte inferiore come reggi staffa;

• Eseguiamo la verifica a flessione SLU come per le travi di piano (NB: assicurarsi che l'asse neutro ricada all'interno della soletta);

•Disponiamo un'armatura di ripartizione della soletta costituita da una rete elettrosaldata di $\Phi 8/20$.

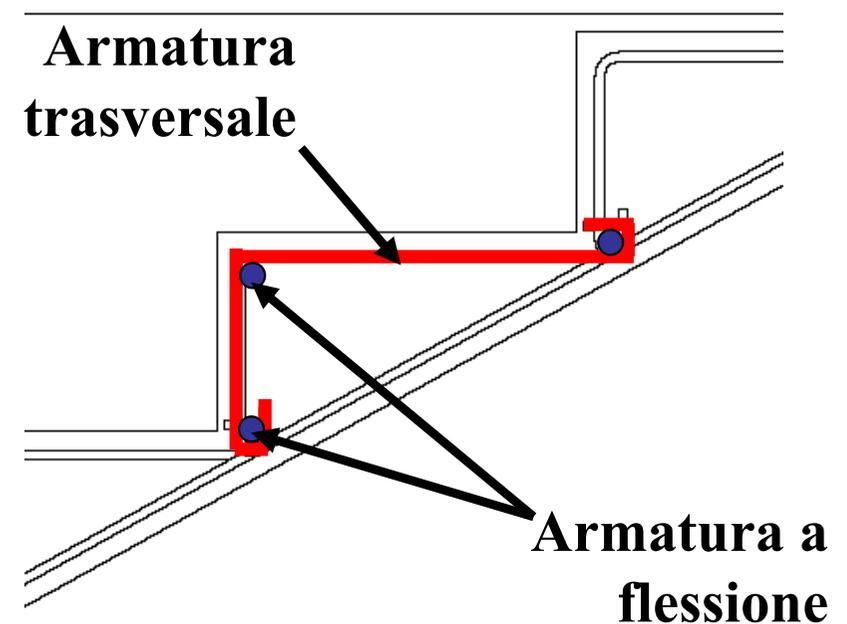
REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Armatura longitudinale a flessione del gradino

La scala con gradini portanti può essere vista e progettata come una soletta in c.a., e quindi in virtù di quanto previsto dalla normativa su solai e solette piene, può non essere armata a taglio.

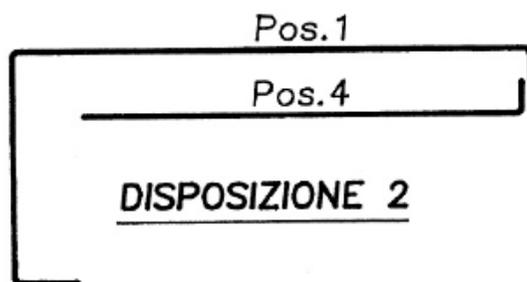
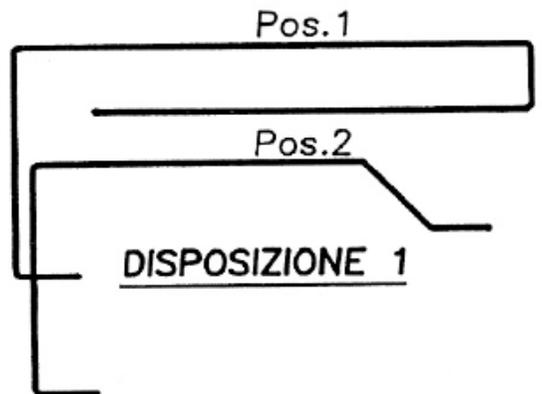
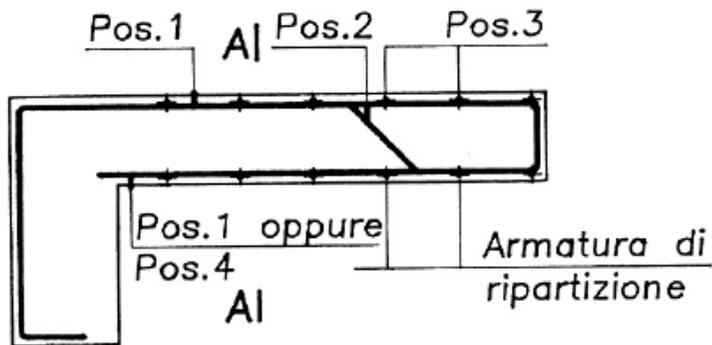
Le staffe, quindi hanno solo una funzione costruttiva, vengono disposte a distanze di circa $20 \div 30$ cm e l'armatura di ripartizione della soletta mantiene lo stesso passo.

Dovendo calcolare il valore del taglio resistente viene utilizzata la nota espressione impiegata per il solaio utilizzando come altezza utile h assieme ad una base equivalente

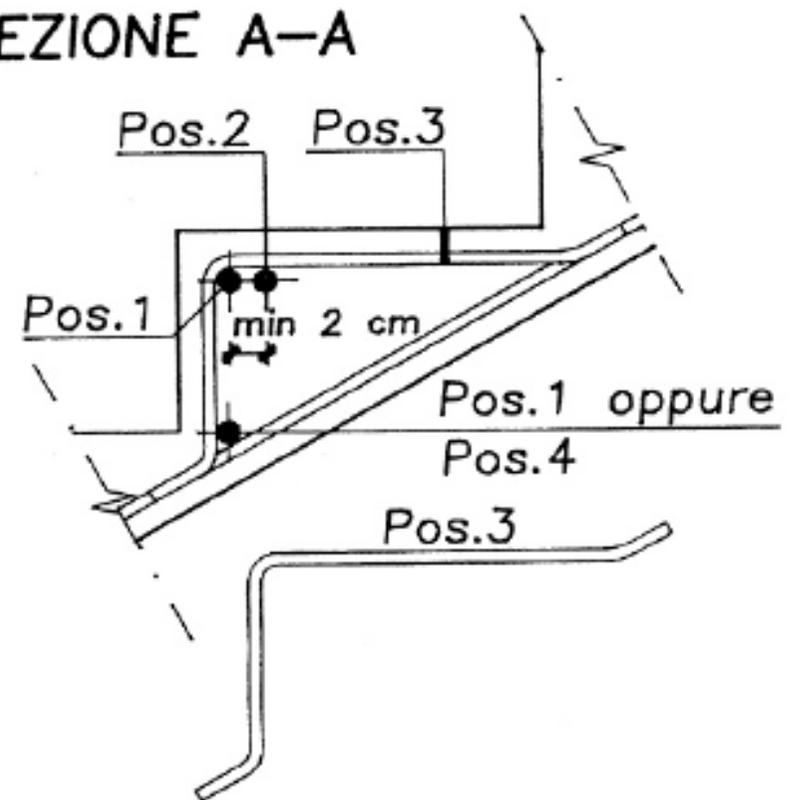


REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Esempi di armatura longitudinale a flessione del gradino



SEZIONE A-A



LA TRAVE A GINOCCHIO

DIAGRAMMA DEL TAGLIO

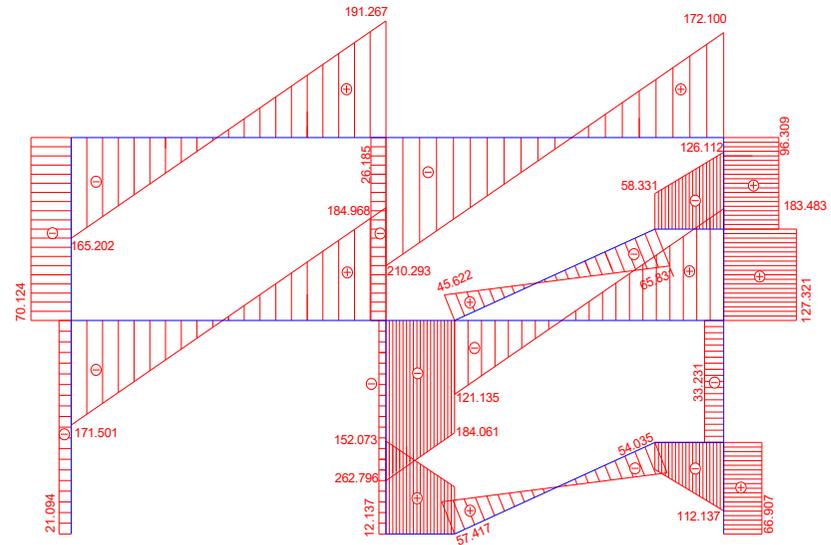
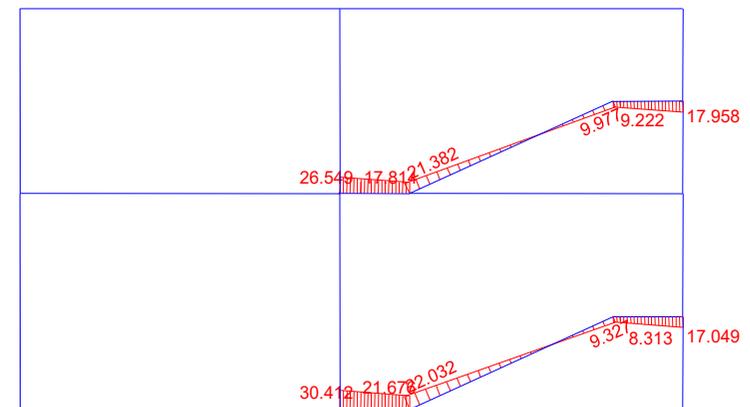


DIAGRAMMA DEL MOMENTO TORCENTE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

La verifica dello SLU per sollecitazioni di torsione è soddisfatta se:

$$T_{Rd} \geq T_{Ed}$$

dove T_{Ed} è il valore dello **sforzo di torsione agente** e T_{Rd} è la **torsione resistente** pari al minimo tra il valore della resistenza delle bielle di cls compresse T_{Rcd} , delle barre longitudinali T_{Rld} e delle armature trasversali T_{Rsd} tese:

$$T_{Rd} = \min (T_{Rcd}; T_{Rld}; T_{Rsd})^*$$

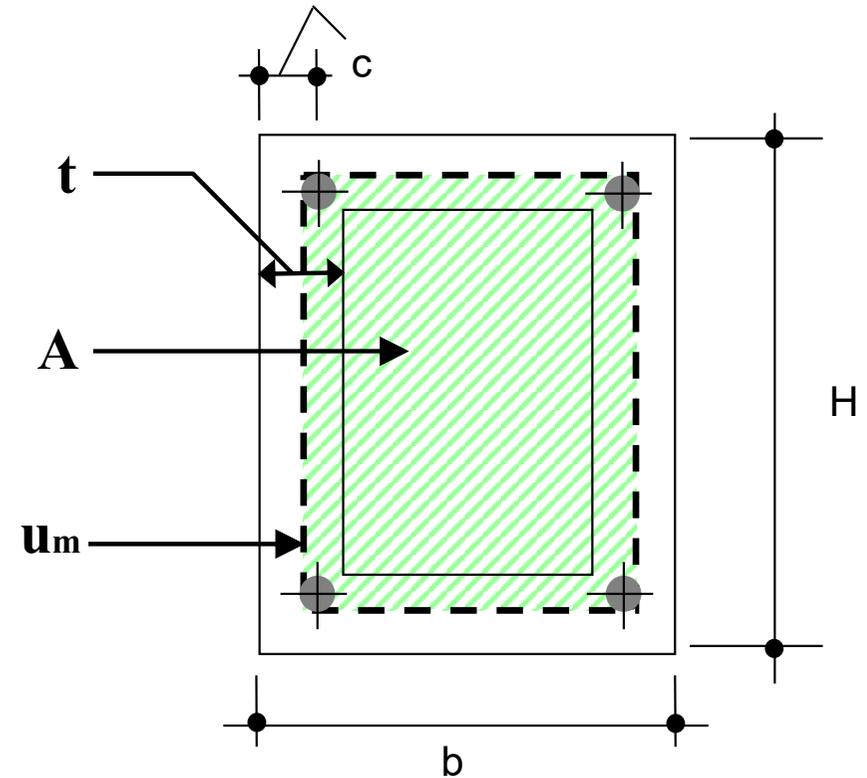
* La verifica è riferita a sezioni prismatiche cave o piene il cui schema resistente è riconducibile a un traliccio periferico in cui gli sforzi di trazione sono affidati alle armature longitudinali e trasversali ivi contenute e gli sforzi di compressione sono affidati alle bielle di calcestruzzo.

S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

Momento torcente resistente delle bielle di calcestruzzo (T_{Rcd})

La resistenza delle bielle si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot \theta / (1 + \cot^2 \theta)$$



$t = A_c / u \geq 2c$ è lo spessore della sezione cava;
 $A_c = b \times H$ è l'area della sezione;
 u è il perimetro della sezione;
 A area racchiusa entro la fibra media del perimetro della sezione;
 f'_{cd} f'_{cd} resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd}$);
 θ angolo di inclinazione delle bielle di cls

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

NOTA: la tensione del cls è ridotta perché le bielle sono presso-inflesse

S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

Momento torcente resistente delle armature trasversali e longitudinali (T_{Rsd} , T_{Rld})

La resistenza delle armature trasversali si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta$$

La resistenza delle armature longitudinali si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_{sl}}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot \theta}$$

$t = A_c/u$ è lo spessore della sezione cava, A_c è l'area e u il perimetro;

A_s è l'area della staffa;

u_m è il perimetro medio del nucleo resistente,

s passo delle staffe;

A_{sl} area complessiva delle barre longitudinali;

A area racchiusa nel perimetro medio della sezione cava

θ angolo di inclinazione delle bielle di cls con la limitazione $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

COMPORAMENTO A ROTTURA DELLE SEZIONI

Nelle sezioni in c.a. sottoposte a torsione sono possibili 3 diverse condizioni di verifica:

- **Snervamento simultaneo delle armature (staffe + barre longitudinali)**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle staffe**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle barre longitudinali**

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

Esempio: progetto per torsione della trave a ginocchio

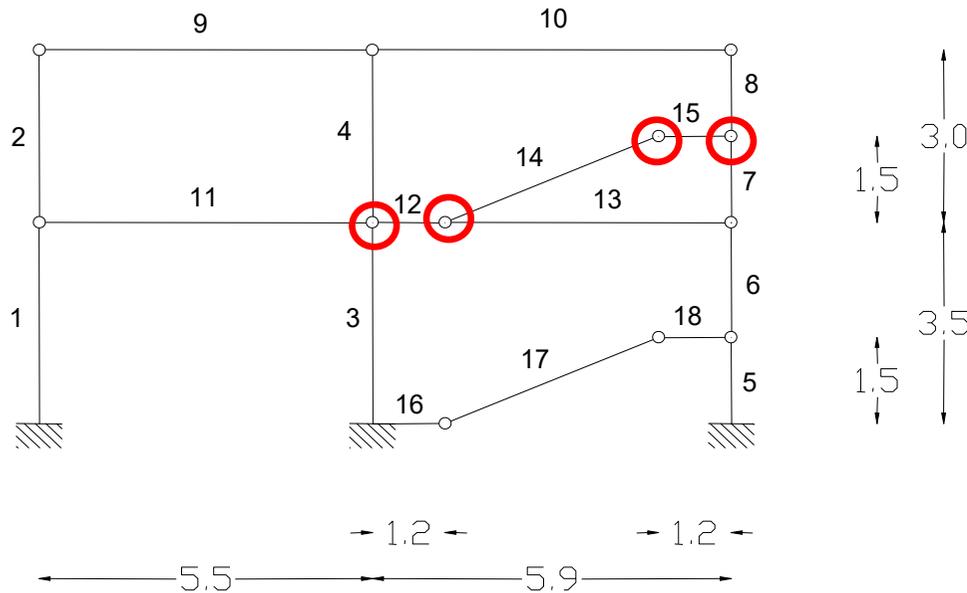
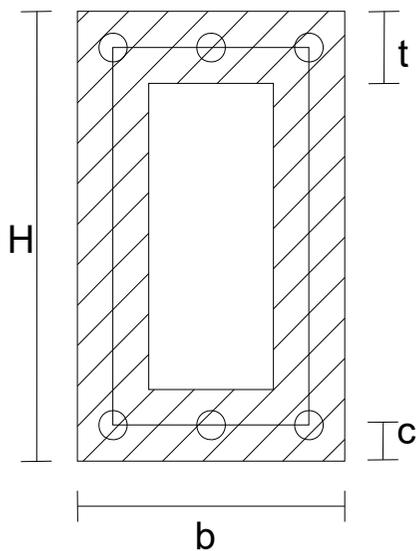
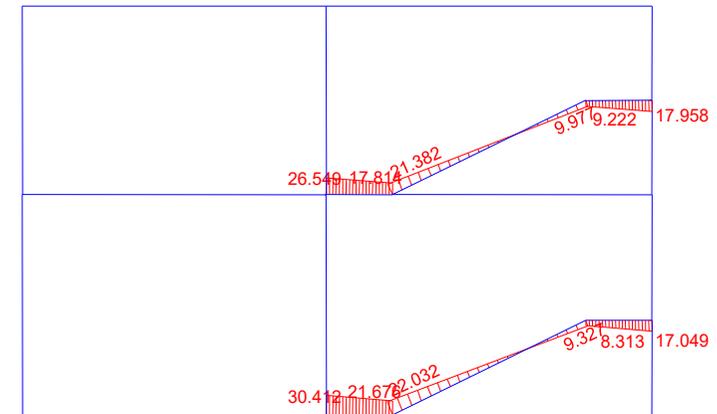


Diagramma della sollecitazione di torsione



DATI DI PROGETTO

$t = A_c/u$	$= 1800/180 = 10\text{cm}$
$A_c = b \times H$	$= 30 \times 60 = 1800\text{cm}^2$
u	$= 2 \times (30 + 60) = 180\text{cm}$
A	$= ((30 - 10) \times (60 - 10)) = 1000\text{cm}^2$
f'_{cd}	$= 5.85\text{N/mm}^2$ ($f_{cd} = 11.7\text{N/mm}^2$)
T_{sd}	$= 30\text{ kNm}$
c	$= 3\text{cm}$
u_m	$= 2 \times ((30 - 10) + (60 - 10)) = 140\text{cm}$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

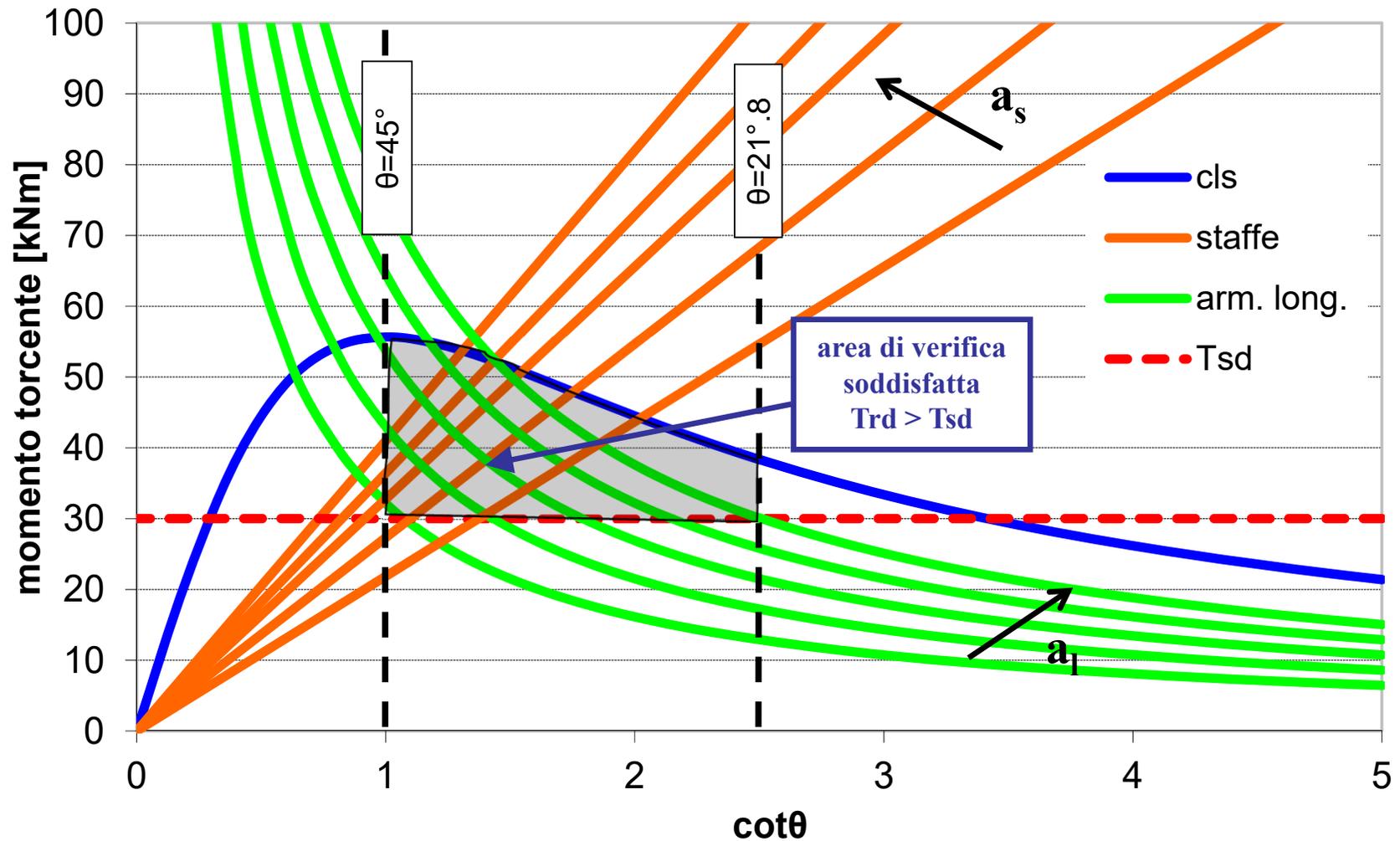
PROGETTO PER TORSIONE

Per il progetto dell'armatura resistente a torsione può essere realizzato un diagramma riportante la funzione della **torsione resistente del cls** (T_{Rcd}) e le funzioni della **torsione resistente delle barre longitudinali** (T_{Rld}) e **trasversali** (T_{Rsd}) per diversi valori del rapporto di armatura (a_s ; a_l) al variare del valore di $\cot\theta$.

A tale scopo possono essere considerati tutti i punti di incontro tra le funzioni T_{Rld} e T_{Rsd} che ricadono entro i valori $\cot\theta = 1.0$ e $\cot\theta = 2.5$ e delimitati dai punti della funzione T_{Rcd} e del valore della torsione agente T_{Sd}

ATTENZIONE: Se il valore della torsione agente T_{Sd} risulta essere maggiore del valore massimo della torsione resistente del cls T_{Rcd} (valutato per $\cot\theta = 1$) bisogna necessariamente definire una nuova geometria della sezione di cls ovvero utilizzare un cls di resistenza maggiore

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

VERIFICA PER TORSIONE PURA

- Il valore della sollecitazione di torsione è di $T_{sd} = 30$ kNm
- Armatura a Taglio (staffe $\phi 8/15$, barre longitudinali $4\phi 18$)

Come risulta dal diagramma precedente il valore della torsione resistente del cls valutato per $\cot\theta = 1$ è maggiore del valore agente.

Allora si procede determinando il valore di $\cot\theta$ uguagliando i valori della torsione resistente delle staffe T_{Rsd} e delle barre longitudinali T_{Rld} valutate con le quantità effettive.

$$T_{Rld} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta = (a_1 / a_s)^{1/2} = (0.73 / 0.33)^{1/2} = 1.48$$

dove $a_1 = \sum A_1 / u_m = 1018 / 1400 = 0.73$

e $a_s = A_s / s = 50 / 150 = 0.33$

Il valore della torsione resistente T_{Rd} è pari a: $T_{Rd} = T_{Rld} = T_{Rsd}$

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta = 2 \cdot 1000000 \cdot \frac{50}{150} \cdot 391 \cdot 1.48 = 38578667 \text{ Nmm} = 38.5 > 30 \text{ kNm}$$

TORSIONE, FLESSIONE E SFORZO NORMALE

Le armature longitudinali calcolate come indicato per la resistenza nei riguardi della sollecitazione torcente devono essere aggiunte a quelle calcolate nei riguardi delle verifiche per flessione

Si applicano inoltre le seguenti regole:

- nella zona tesa all'armatura longitudinale richiesta dalla sollecitazione di flessione e sforzo normale, deve essere aggiunta l'armatura richiesta dalla torsione
- nella zona compressa, se la tensione di trazione dovuta alla torsione è minore della tensione di compressione nel calcestruzzo dovuta alla flessione e allo sforzo normale, non è necessaria armatura longitudinale aggiuntiva per torsione

TORSIONE E TAGLIO

Per quanto riguarda la crisi lato calcestruzzo, la resistenza massima di una membratura soggetta a torsione e taglio è limitata dalla resistenza delle bielle compresse di calcestruzzo. La verifica è soddisfatta se risulta:

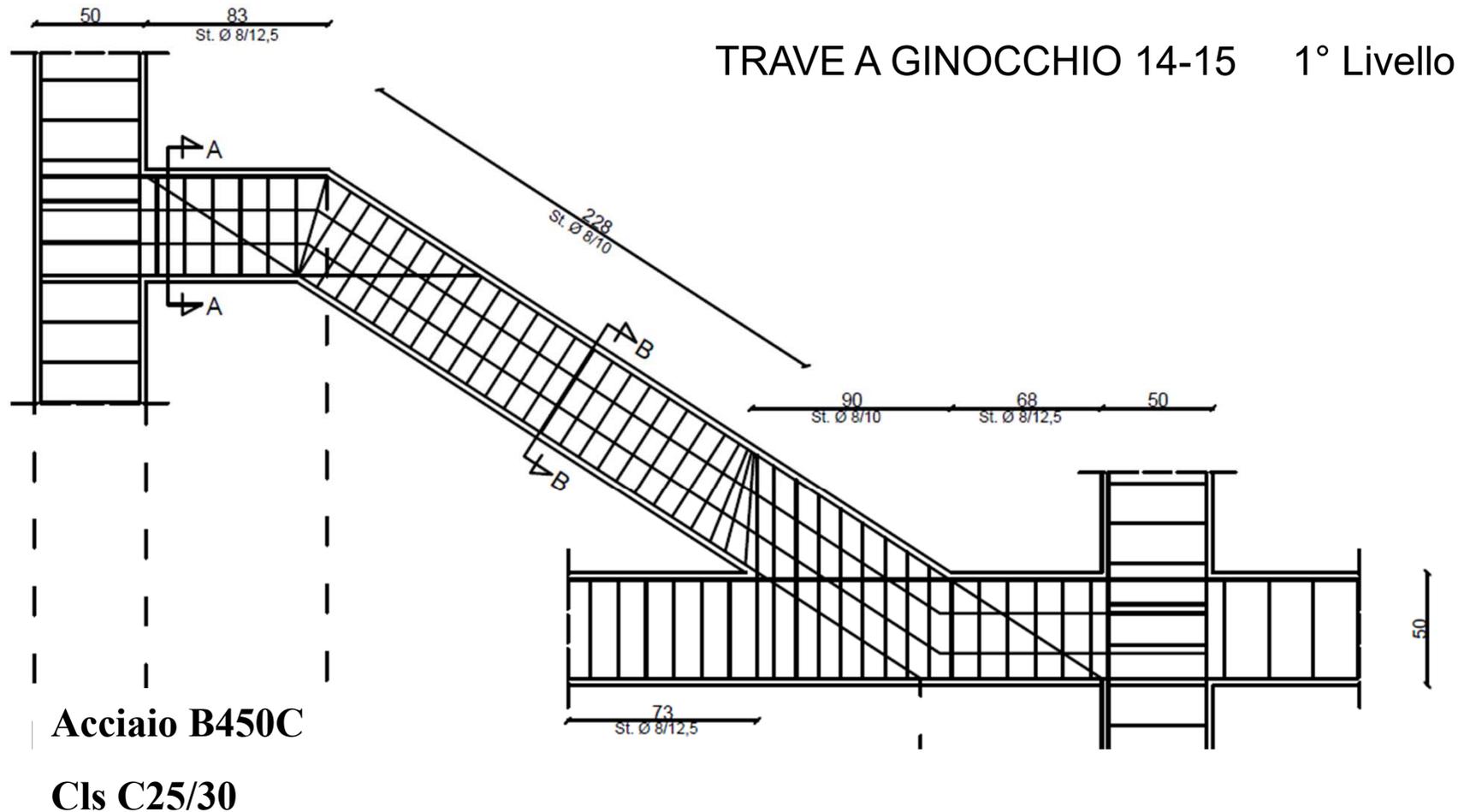
$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} \leq 1$$

ATTENZIONE:

Per l'angolo θ delle bielle compresse di conglomerato cementizio deve essere assunto un unico valore per le due verifiche di taglio e torsione.

CARPENTERIE ESECUTIVE TRAVE A GINOCCHIO

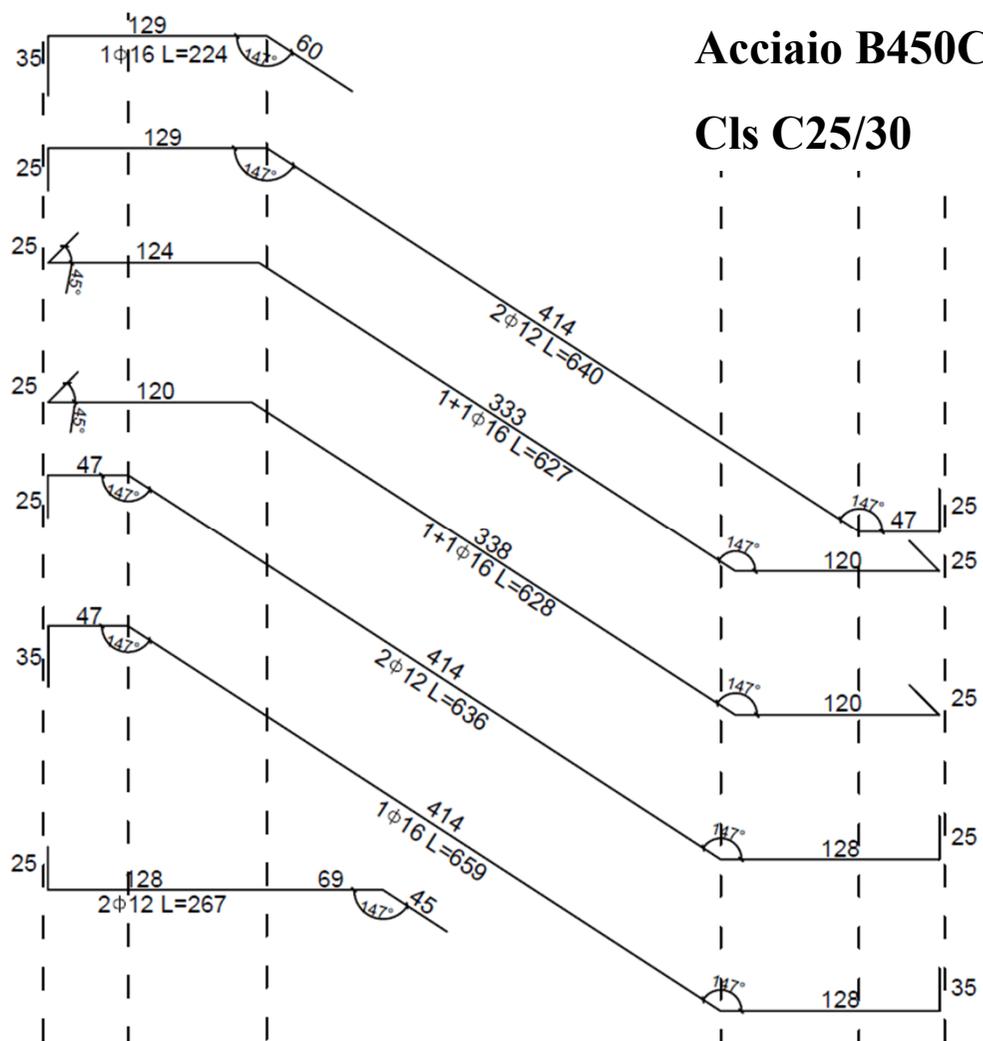
Disposizione delle armature nella trave a ginocchio



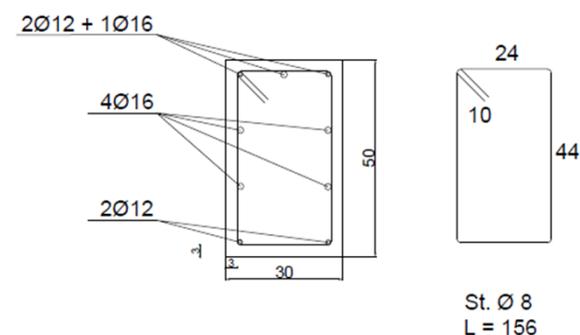
CARPENTERIE ESECUTIVE TRAVE A GINOCCHIO

Disposizione delle armature nella trave a ginocchio

TRAVE A GINOCCHIO 14-15 1° Livello



SEZIONE A-A



SEZIONE B-B

